

فصل ۴

(مشتق)

چهارمین فصل ریاضی دوازدهم **مشتق** همیشه .



بارم بندی نوبت اول : ۳ نمره

20

نوبت دوم : ۵ نمره

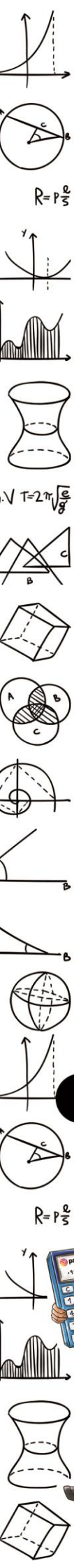
مشتق شامل **۳** تیپ سوال همیشه .



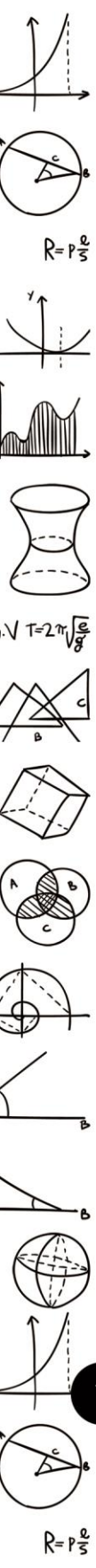
۱- تعریف و مفهوم مشتق

۲- روابط مشتق توابع

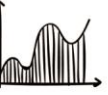
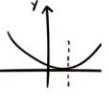
۳- آهنگ تغییرات



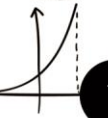
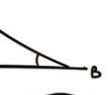
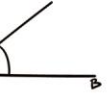
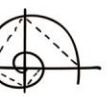
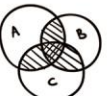
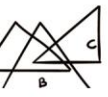
درسنامه تیپ دوم : روابط مشتق توابع



$$R = r \frac{a}{b}$$



$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

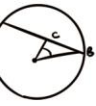
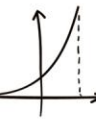


۳

$$R = r \frac{a}{b}$$



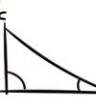
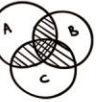
درسنامه تیپ سوم : آهنگ تغییرات



$$R = r \frac{\theta}{s}$$



$$P = m \cdot V \quad T = 2\pi$$



$$r = r \frac{\theta}{s}$$



۴



فرداد ۱۴۰۰

۱- مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $f(x) = \frac{9x-2}{\sqrt{x}}$

ب) $g(x) = (3x^2 - 4)(2x - 5)^3$

۲- جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت را به طرف بالا مثبت در

نظر می‌گیریم. ارتفاع از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست

می‌آید:

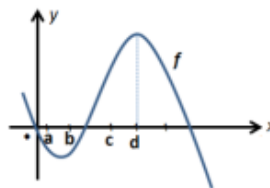
الف) سرعت متوسط جسم را در بازه $[5, 8]$ به دست آورید.ب) مشخص کنید در چه لحظه‌ای سرعت جسم $\frac{35}{s} m$ است.

شهریور ۱۴۰۰

۳- با در نظر گرفتن نمودار تابع f در شکل زیر، نقاط به طول‌های a , b , c , d را با مشتق‌های داده

در جدول نظیر کنید.

x	$f'(x)$
	۰
	۰/۵
	۲
	-۰/۵



دی ۱۴۰۰

۴- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ نشان دهید $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ موجودند ولی $f'(0)$ موجود نیست.

۵- مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $g(x) = \frac{x}{\sqrt{3x+2}}$

ب) $f(x) = (x^2 + 2x + 1)^5$

۶- مشتق پذیری تابع مقابل را در نقطه $x = -1$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq -1 \\ 2x + 6 & x < -1 \end{cases}$$

۷- مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $g(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 1)$

ب) $f(x) = (x^2 + 2x - 1)^5$



۸- اگر توابع f و g مشتق پذیر باشند $f'(1) = 3$ ، $g'(1) = 5$ مقادیر $(3f + 2g)'(1)$ را به دست آورید.

۹- معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه $[0, 5]$ t بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ با هم برابرند؟

فرداد ۱۴۰۱

۱۰- اگر توابع f و g مشتق پذیر باشند و $f(2) = 3$ و $f'(2) = 5$ و $g(2) = 8$ و $g'(2) = -6$ حاصل $(fg)'(2)$ را به دست آورید.

۱۱- اگر $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & x < 0 \\ x^2 + 3x + 1 & x \geq 0 \end{cases}$ در $x = 0$ مشتق پذیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید.

۱۲- مشتق تابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

$$f(x) = \sqrt{\frac{9x - 2}{x + 1}}$$

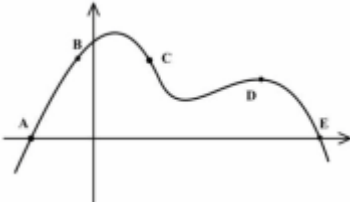


شهریور ۱۴۰۱

۱۳- درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

الف) تابع $y = [x]$ در صفر مشتق پذیر است.

۱۴- از بین نقاط مشخص شده A و B و C و D و E روی نمودار مقابل، در کدام نقطه:



الف) مقدار تابع صفر ولی مقدار مشتق آن مثبت است؟

ب) مقدار تابع مثبت ولی مقدار مشتق آن منفی است؟

۱۵- معادله نیم مماس راست تابع $f(x) = |x^2 - 1|$ را در نقطه‌ای به طول $x = 1$ واقع بر منحنی

بنویسید.

۱۶- تابع $f(x) = 7\sqrt{x} + 50$ قد متوسط کودکان را بر حسب سانتی‌متر تا حدود شصت ماهگی

نشان می‌دهد، که در آن x مدت زمان پس از تولد (بر حسب ماه) است. آهنگ متوسط رشد در

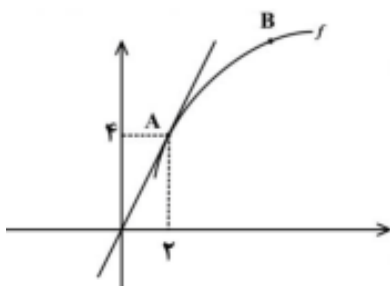
بازه زمانی $[0, 25]$ چقدر است؟

دی ماه ۱۴۰۱

۱۷- نمودار تابع f به صورت زیر رسم شده است. اگر خط d در نقطه A بر نمودار تابع f

مماس باشد:

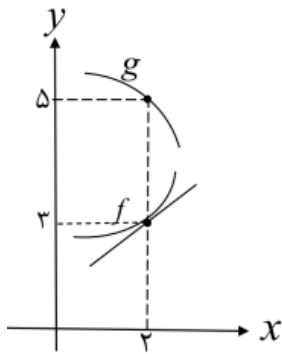
الف) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ را بیابید.



ب) شیب خط‌های مماس در نقاط A و B را مقایسه کنید.

فرداد ۱۴۰۲

۱۸- با توجه به نمودارهای توابع f و g حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x - 2}$ چند برابر $f'(2)$ است؟



۱۹- مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)

الف) $f(x) = (\sqrt{3x+2})(x^3 + 4)$

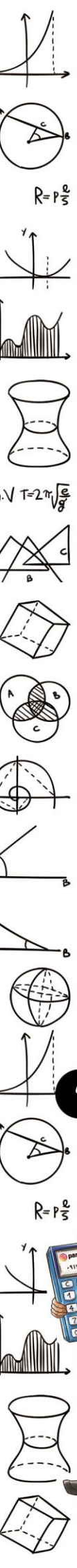
ب) $g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x - 6}$

پ) $h(x) = (2x^5 - 1)^4$

شهریور ۱۴۰۲

۲۰- جمله‌های زیر را کامل کنید.

الف) اگر $f(x) = -x^3$ آن‌گاه $f''(1)$ برابر است با

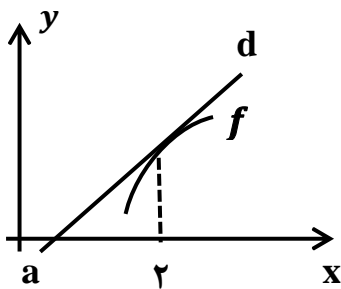


۲۱- اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ آن گاه به کمک تعریف مشتق نشان دهید: $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$.

۲۲- معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = t^2 + 2t + 3$ بر حسب متر در بازه زمانی $t \in [0, 2]$ (بر حسب ثانیه) داده شده است. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 2]$ با هم برابرند؟

دی ۱۴۰۲

۲۳- خط d در نقطه‌ای به طول $x = 2$ بر نمودار $f(x) = -x^2 + 6x - 5$ مماس است. با توجه به شکل مقدار a (نقطه برخورد خط d با محور x ها) را بیابید.



۲۴- مشتق تابع‌های زیر را به دست آورید.

الف $f(x) = (2\sqrt{x} + 1)(x^4 - 2x)$



ب $g(x) = \frac{3x+1}{x^5-x+1}$

۲۵- معادله ی حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^3 + t - 1$ است.

الف- سرعت متوسط متحرک در بازه ی $[1, 2]$ را محاسبه کنید .

ب- سرعت لحظه ای متحرک در لحظه $t = 2$ چقدر است ؟

فرداد ۱۴۰۳

۲۶- درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف - تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق پذیر است .

۲۷- اگر نمودار تابع f از نقطه $A(2, 4)$ بگذرد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 3$ باشد . معادله ی خط

مماس بر نمودار f را در نقطه ی A به دست آورید.

۲۸- با استفاده از تعریف مشتق ، شیب نیم مماس چپ تابع $f(x) = |x^2 - 4|$ در نقطه

$x = 2$ بیابید.



۲۹- مشتق تابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)

$$f(x) = (x - 6)^3 + \frac{5x+3}{\sqrt{2x-1}}$$

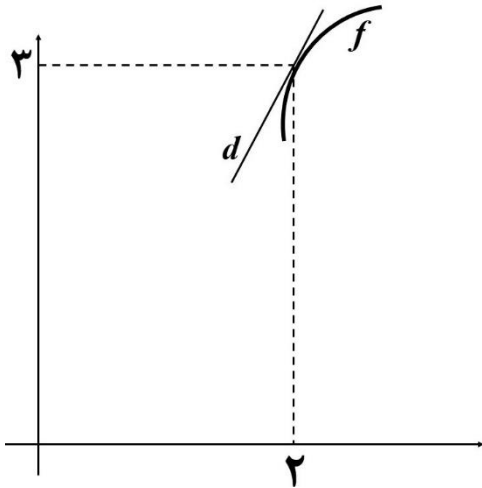
۳۰- تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نظر بگیرید.

الف - آهنگ تغییر متوسط تابع f در بازه $[0, 2]$ بدست آورید.

ب- حدود X را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه ای تابع f از آهنگ متوسط آن ، در بازه $[0, 2]$ بزرگتر باشد.

شهریور ۱۴۰۳

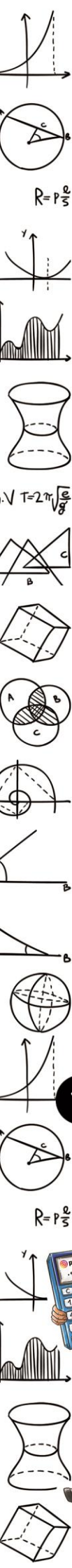
۳۱- با توجه به شکل مقابل ، اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5f(x)-15}{x-2} = 10$ باشد . معادله ی خط d را به دست آورید.



۳۲- مشتق پذیری تابع $f(x)$ را در نقطه

$x = 2$ بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x < 2 \\ 6x - 4 & x = 2 \\ 2\sqrt{x-1} + 6 & x < 2 \end{cases}$$



۱۳

