

فصل هفتم : آمار و احتمال

۱	درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل
۱	یادآوری احتمال سال دهم
۱	احتمال شرطی
۲	پیشامدهای مستقل و وابسته
۴	درس دوم : آمار توصیفی
۴	میانگین
۴	میانه
۵	واریانس
۵	انحراف معیار و دامنه ی تغییرات
۶	ضریب تغییرات
۷	چارک ها و نمودار جعبه ای
۸	سوالات ترکیبی نمودار ها و شاخص ها

فصل هفتم : آمار و احتمال

درس اول : احتمال شرطی و پیشامدهای مستقل یادآوری احتمال سال دهم

۱ فرض کنید در یک سال احتمال قهرمانی تیم ملی فوتبال ایران در آسیا برابر ۵/۰۶ و احتمال قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا برابر ۶/۰۶ باشد. با چه احتمالی حداقل یکی از دو تیم قهرمان خواهد شد؟

احتمال شرطی

۲ احتمال وقوع یک بیماری در یک جامعه آماری برابر ۱۲٪ و احتمال این که فردی این بیماری را بگیرد و درمان شود برابر ۱۰ درصد است. اگر فردی این بیماری را بگیرد، احتمال درمان او چقدر است؟

۳ یک کارخانه دو محصول A و B را در دو کیفیت عالی (E) و متوسط (M) تولید می کند. جدول زیر درصد تولید هر یک از محصولات را نشان می دهد. مطلوبست:

الف- اگر محصول از نوع A باشد، با کدام احتمال دارای کیفیت متوسط (M) است؟

ب- اگر محصول از نوع B باشد، کدام احتمال دارای کیفیت عالی (E) است؟

پ- اگر محصولی عالی (E) باشد، با کدام احتمال از نوع A است؟

ت- اگر محصولی متوسط (M) باشد، با کدام احتمال از نوع B است؟

ث- احتمال این که محصولی دارای کیفیت عالی (E) و یا از نوع B باشد؟

کیفیت	E	M
محصول		
A	۵۵٪	۱۰٪
B	۳۰٪	۵٪

۴ اگر در یک فضای نمونه ای S داشته باشیم $P(A|B') = ۰٫۷$ و $P(B) = ۰٫۴$ آنگاه $P(A \cup B)$ را بدست آورید.

۵ اگر $P(A|B') = P(B) = ۰٫۳$ باشد، مقدار $P(A - B)$ را بدست آورید.

۶ اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، $P(A|B)$ را محاسبه کنید.

۷ یک تاس را پرتاب کرده ایم و عدد ظاهر شده مضرب ۳ نیست. احتمال آن که عدد ظاهر شده زوج باشد، چقدر است؟

۸ یک سکه را سه بار پرتاب می کنیم. احتمال رو آمدن سکه در پرتاب سوم را به دست آورید، به شرط اینکه در دو پرتاب اول و دوم پشت ظاهر شده باشد.

۹ ترکیبی از ۴ ماده شیمیایی داریم که دو تا از آنها مواد A و B هستند. احتمال واکنش نشان دادن ماده A ، $\frac{1}{5}$ و احتمال واکنش نشان دادن ماده

B ، $\frac{1}{4}$ است. اگر ماده A واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده B ، $\frac{1}{4}$ خواهد شد. با چه احتمالی، حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد؟

۱۰ دو تاس با هم پرتاب شده‌اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرطی که بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است را به دست آورید.

۱۱ اگر $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(B) = \frac{2}{5}$ و دو پیشامد A و B مستقل از هم باشند، $P(A \cup B)$ را محاسبه کنید.

۱۲ دو تاس همگنی را انداخته‌ایم. اگر حاصل جمع شماره‌های رو شده کمتر از ۶ باشد، احتمال آن که تنها شماره یکی از تاس‌های رو شده ۲ باشد، چقدر است؟

۱۳ در یک خانواده سه فرزندی می‌دانیم که حداقل یک فرزند دختر است. احتمال این که خانواده دارای ۲ فرزند دختر باشد را محاسبه کنید.

۱۴ در یک خانواده سه فرزندی می‌دانیم که فرزند اول آن‌ها دختر است. احتمال این که حداقل یکی از فرزندان پسر باشد را بدست آورید.

۱۵ اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و داشته باشیم $P(A') = \frac{2}{3}$ و $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A|B) = \frac{1}{6}$ ، مقدار $P(A \cup B)$ را بدست آورید.

۱۶ دو تاس با هم پرتاب شده‌اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرطی که بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۶ است را بدست آورید.

۱۷ دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. می‌دانیم هر دو عدد رو شده فرد است، چقدر احتمال دارد که مجموع دو عدد رو شده شش باشد؟

۱۸ اگر $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B) = \frac{1}{3}$ و $P(A|B) = \frac{1}{4}$ باشد، آنگاه $P(A \cup B)$ را بدست آورید.

۱۹ در پرتاب دو تاس با هم، دو پیشامد A و B را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

A : مجموع عددهای رو شده ۸ باشد. B : عددهای رو شده برابر باشند.

الف) احتمال $P(B|A)$ را به دست آورید.

ب) آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟

۲۰ دو تاس با هم پرتاب شده‌اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرط اینکه بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ باشد را به دست آورید.

۲۱ ترکیبی از ۴ ماده شیمیایی داریم که دو تا از آنها A و B هستند. احتمال واکنش نشان دادن ماده A ، $\frac{1}{5}$ و احتمال واکنش نشان دادن ماده B ، $\frac{1}{7}$ است. اگر ماده A واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده B ، $\frac{1}{4}$ خواهد شد، با چه احتمالی حداقل یکی از مواد A یا B واکنش نشان خواهد داد؟

۲۲ احتمال اینکه یک تیم فوتبال اصلی‌ترین رقیبش را ببرد، $\frac{1}{6}$ است. احتمال قهرمانی این تیم در حال حاضر $\frac{1}{4}$ و در صورت بردن رقیب اصلی‌اش، این احتمال به $\frac{1}{3}$ افزایش می‌یابد. با چه احتمالی حداقل یکی از این دو اتفاق (قهرمانی یا بردن رقیب اصلی) برای این تیم اتفاق خواهد افتاد؟

پیشامدهای مستقل و وابسته

۲۳ احتمال اینکه رویا در درس ریاضی قبول شود، دو برابر احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال اینکه حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شوند، برابر $\frac{25}{6}$ باشد، رویا با چه احتمالی در این درس قبول خواهد شد؟

۲۴ تاسی را دو بار می‌اندازیم:

الف- احتمال پیشامد A را که در آن عدد رو شده در پرتاب اول ۵ باشد.

ب- احتمال پیشامد B را که در آن مجموع اعداد رو شده در تاس ۷ باشد.

پ- آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟

- ۲۵ احتمال این که فرزندی در خانواده A با چشمانی به رنگ آبی متولد شود ۴۰ درصد و احتمال این که فرزندی در خانواده B با چشمان آبی متولد شود ۷۰ درصد است. مطلوبست احتمال آنکه:
- الف- هر دو نوزاد با چشمان به رنگ آبی متولد شوند.
ب- هر دو نوزاد با چشمانی به رنگ غیر از آبی متولد شوند.
پ- فقط یکی از نوزادان با چشمانی به رنگ آبی متولد شوند.
- ۲۶ برای دو پیشامد مستقل A و B ، اگر $n(A) = 12$ و $n(B) = 6$ و پیشامد این که حداقل یکی از این دو پیشامد A و B روی دهد ۱۶ عضو دارد. فضای نمونه‌ای چند عضو دارد؟
- ۲۷ احتمال تولد فرزند پسر در یک خانواده $\frac{1}{4}$ است. چقدر احتمال دارد که فرزند اول و دوم این خانواده هم جنس باشند؟
- ۲۸ احمد به احتمال 0.7 در تیم بسکتبال مدرسه‌شان و به احتمال 0.8 در تیم ملی فوتبال نوجوانان انتخاب می‌شود. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید.
- الف) در هر دو تیم موردنظر انتخاب شود.
ب) در هیچ کدام از دو تیم انتخاب نشود.
پ) فقط در تیم ملی فوتبال انتخاب شود.
ت) فقط در یکی از تیم‌ها انتخاب شود.
ث) حداقل در یکی از تیم‌ها انتخاب شود.
- ۲۹ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
- الف) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه $P(A|B) = P(A)$
- ۳۰ فرض کنید A و B دو پیشامد ناتمی مستقل از یکدیگرند.
الف) نشان دهید A' و B مستقل‌اند.
ب) با توجه به الف) نشان دهید A' و B' نیز مستقل‌اند.
- ۳۱ در پرتاب یک تاس فرض کنید پیشامد A ظاهر شدن عدد زوج، پیشامد B ظاهر شدن عددی با مضرب ۳ و پیشامد C عددی بزرگتر از ۲ باشد. مستقل یا غیرمستقل بودن هر دو پیشامد را بررسی کنید.
- ۳۲ احتمال موفقیت عمل جراحی برای شخص A برابر 0.9 و برای شخص B برابر 0.8 است. احتمال این که لااقل عمل جراحی برای یکی از دو نفر موفقیت آمیز باشد را بدست آورید.
- ۳۳ اگر 75% افراد جامعه‌ای، دارای چشم مشکلی و 40% گروه خونی نوع A باشند و یک فرد بطور تصادفی از بین آنها انتخاب شود. احتمال این که این فرد دارای چشم مشکلی یا گروه خونی A باشد چقدر است؟
- ۳۴ در گروه زنان ساکن یک روستا، 60% درصد آنان تحصیلات ابتدایی و 25% درصد از آنان مهارت قالی بافی دارند. اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود، با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی بافی دارد؟
- ۳۵ اگر $P(A) = 0.6$ و $P(B) = 0.3$ و A و B مستقل باشند؛ $P(A \cup B)$ را بدست آورید.
- ۳۶ احتمال این که فرهاد در کنکور قبول شود 0.7 و احتمال این که بابک در کنکور قبول شود 0.8 است. مطلوبست احتمال این که حداقل یکی از آن‌ها در کنکور قبول شود.
- ۳۷ احتمال زنده بودن مردی تا 20 سال آینده $\frac{1}{5}$ و احتمال زنده بودن همسر او تا 20 سال آینده $\frac{1}{4}$ است. مطلوبست احتمال آن که:
- الف- هر دو تا 20 سال آینده زنده باشند.
ب- فقط یک نفر از آن‌ها زنده باشند.
- ۳۸ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشد و داشته باشیم $P(A) = \frac{1}{3}$ و $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ ، آنگاه $P(B')$ را بدست آورید.
- ۳۹ در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.
- الف) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند. آنگاه $p(A \cap B)$ برابر است.

۴۰ فرض کنید در یک سال احتمال قهرمانی تیم ملی فوتبال ایران در آسیا برابر $\frac{6}{10}$ و احتمال قهرمانی تیم ملی والیبال ایران در آسیا برابر $\frac{7}{10}$ باشد. با چه احتمالی حداقل یکی از این تیم‌ها قهرمان آسیا خواهد شد.

۴۱ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

الف) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

ب) $P(A \cap B) = P(S)$

ج) $A \cap B = \emptyset$

د) $A \cap B = A \times B$

درس دوم: آمار توصیفی میانگین

۴۲ اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_N برابر \bar{X} باشد، میانگین داده‌های $x_1 + \bar{X}, x_2 + 2\bar{X}, \dots, x_N + N\bar{X}$ چقدر می‌شود؟

۴۳ میانگین ۱۰ عدد مساوی ۱۲ شده است. اگر یک عدد را کنار بگذاریم، میانگین ۹ عدد باقی‌مانده مساوی ۱۱ می‌شود. عددی که کنار گذاشته شده است، چند است؟

۴۴ اگر میانگین داده‌های $x_1 + 1, x_2 + 2, x_3 + 3$ برابر \bar{X} باشد، میانگین داده‌های $3x_1 + 1, 3x_2 + 2, 3x_3 + 3$ را بیابید.

۴۵ اگر میانگین داده‌های $a, a, a, a + 1$ برابر $\frac{3a}{4}$ باشد، میانگین داده‌های $a + 4, a + 3, a + 2, a + 1, a$ را بدست آورید.

۴۶ مجموع ۵ عدد زوج متوالی ۸۰ است. این ۵ عدد و میانگین آن‌ها را بدست آورید.

۴۷ اگر میانگین ۲۰ داده آماری ۳۵ باشد و داده‌های ۵۲، ۴۱، ۴۹، ۴۶ را از مجموعه داده‌ها حذف کنیم، میانگین جدید چقدر است؟

۴۸ اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_N برابر ۸ باشد میانگین داده‌های $3x_1 + 4, 3x_2 + 4, \dots, 3x_N + 4$ را محاسبه کنید.

۴۹ اگر میانگین ۹ داده برابر ۱۸ و میانگین ۶ داده دیگر برابر ۱۳ باشد، میانگین کل ۱۵ داده را حساب کنید.

۵۰ اگر میانگین داده‌های $x_1 + 6, x_2 - 4, x_3 - 3, x_4 - 9$ برابر ۱۰ باشد، میانگین داده‌های x_1, x_2, x_3, x_4 را بیابید.

میانه

۵۱ میانه یک مجموعه از داده‌های مرتب شده، برابر میانگین چهارمین و پنجمین داده و مجموع کل داده‌ها مساوی با ۳۶۰ گردیده است. میانگین کل داده‌ها چقدر است؟

۵۲ در داده‌های مرتب شده ۲۹، ۲۷، ۲۲، ۲۰، x ، ۱۰، ۸، ۷، ۶، ۴

الف- اگر میانه برابر با ۱۳ باشد، x را بدست آورید.

ب- اگر میانگین برابر ۱۵ باشد، x و میانه را بدست آورید.

۵۳ در یک امتحان ریاضی نمرات ۱۵ نفر بصورت زیر است. میانه این نمرات را بدست آورید.

۵، ۹، ۱۰، ۱۴، ۱۴، ۱۹، ۱۷، ۱۴، ۱۵، ۱۷، ۱۱، ۱۲، ۳، ۷، ۷، ۴

۵۴ میانه داده‌های آماری ۳۰، ۲۶، ۱۵، ۱۴، ۱۷، ۲۳، ۱۲، ۲۰، ۲۵، ۲۷، ۱۹ را بدست آورید.

۵۵ در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید.

الف) در معیار گرایش مرکزی اگر داده دورافتاده داشته باشیم بهتر است از استفاده کنیم.

۵۶ داده‌های زیر مربوط به تعداد ضربان قلب ۱۲ دانش‌آموز پایه یازدهم، قبل از یک مسابقه دو است.

۸۶ ۹۷ ۹۲ ۸۹ ۱۰۱ ۹۸ ۹۸ ۹۸ ۱۰۵ ۷۵ ۸۲ ۹۱ ۱۰۰

الف) میانه داده‌ها را مشخص کنید.

ب) میانگین داده‌ها را مشخص کنید.

۵۷ میانه داده‌های آماری ۱۴، ۱۵، ۱۷، ۱۹، ۱۲، ۳، ۷، ۷، ۴، ۱، ۹، ۵، ۱۷، ۱۱، ۱۲ را بدست آورید.

واریانس

۵۸ اگر میانگین ۹ داده آماری برابر b و میانگین ۶ داده دیگر برابر $2b$ و میانگین این ۱۵ داده آماری، ۲۱ باشد، انحراف معیار این جامعه آماری را به دست آورید.

۵۹ اگر انحراف معیار داده های $5, z-3, 2+3y, 1-2x, 5, z-3, 2+3y, 1-2x$ برابر با صفر باشد، z, y, x را محاسبه کنید.

۶۰ اگر واریانس قیمت‌ها در سال گذشته ۱۰۰۰ بوده و امسال ۱۰ درصد به قیمت‌ها افزوده شده باشد، واریانس فعلی قیمت‌ها را بدست آورید.

۶۱ در یک جامعه آماری، انحراف ۷ تا از داده‌ها از میانگین برابر با ۴-، انحراف ۵ تا از داده‌ها از میانگین برابر ۲ و انحراف x تا از داده‌ها از میانگین برابر ۳ است. واریانس این جامعه آماری را بدست آورید.

۶۲ اگر در یک جامعه آماری میانگین ۲۵ داده برابر ۱۷، میانگین ۱۰ داده برابر ۱۳ و میانگین ۱۵ داده برابر ۲۳ باشد، واریانس این جامعه آماری را بدست آورید.

۶۳ میانگین و واریانس ۲۹ داده آماری به ترتیب ۱۷ و ۵ می‌باشد. اگر داده‌های ناجور ۱۲، ۱۳، ۲۱، ۲۲ حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده را بدست آورید.

۶۴ اگر واریانس داده‌های $2a-b, 2a-b, -a-3b, 7$ برابر صفر باشد، a و b را بدست آورید.

۶۵ هشت داده آماری با میانگین ۱۵ و واریانس ۴ داریم. اگر دو داده ۱۲ و ۱۸ به آن‌ها افزوده شود، واریانس ۱۰ داده حاصل را بدست آورید.

۶۶ اگر واریانس داده‌های $5 + \frac{1}{p}x_N, \dots, 5 + \frac{1}{p}x_2, 5 + \frac{1}{p}x_1$ برابر ۳ باشد، واریانس داده‌های x_1, x_2, \dots, x_N را بدست آورید.

۶۷ اگر واریانس داده‌های x_1, x_2, \dots, x_N برابر ۴ باشد، واریانس داده‌های $2 + 3x_N, \dots, 2 + 3x_2, 2 + 3x_1$ را محاسبه کنید.

۶۸ واریانس داده‌های ۲۶، ۱۹، ۲۲، ۲۴، ۱۵، ۲۰ را بدست آورید.

۶۹ جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

الف) اگر واریانس داده‌های x_1, x_2, x_3, x_4 برابر ۷ باشد آنگاه واریانس داده‌های $2 - 3x_4, 2 - 3x_3, 2 - 3x_2, 2 - 3x_1$ برابر است.

۷۰ الف) دو گروه داده به صورت $A: 2, 3, 4, 5, 6$ و $B: 4, 5, 6, 7, 8$ داریم. نسبت واریانس گروه A به واریانس گروه B چه قدر است؟

ب) دو گروه داده به صورت $A: 1, 2, 3, 4, 5$ و $B: 3, 6, 9, 12, 15$ داریم. نسبت واریانس گروه A به واریانس گروه B چه قدر است؟

انحراف معیار و دامنه‌ی تغییرات

۷۱ جدول زیر پول توجیبی (ده هزار ریال) هفتگی پنج دوست نزدیک مینا و مریم را نشان می‌دهد.

الف) میانگین و میانه پول توجیبی را برای دوستان مریم و مینا محاسبه کنید.

ب) انحراف معیار پول توجیبی را برای دوستان مریم و مینا محاسبه کنید.

پ) برنامه‌ریزی برای یک سفر یک روزه با دوستان برای مینا ساده‌تر است یا مریم؟

مینا	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
مریم	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵

۷۲ اگر انحراف معیار داده‌های $5 + \frac{1}{q}x_N, \dots, 5 + \frac{1}{q}x_2, 5 + \frac{1}{q}x_1$ برابر ۲ باشد، انحراف معیار داده‌های x_1, x_2, \dots, x_N را محاسبه کنید.

۷۳ قدر مطلق انحراف از میانگین داده‌هایی برابر با ۱، ۲، ۲، ۳، ۳، ۴، ۵ است. انحراف از معیار را بدست آورید.

۷۴ میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات ۰٫۲ محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع‌ها را بدست آورید.

۷۵ در ۲۵ داده آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ناجور ۱۰، ۱۵، ۴۵، ۵۰، از بین آن‌ها حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده را بدست آورید.

۷۶ انحراف مقادیر تعداد ۷ داده از میانگین آن‌ها بصورت اعداد صحیح متوالی می‌باشد، انحراف معیار این داده‌ها را بدست آورید.

۷۷) یک جامعه آماری با اندازه ۱۲ و واریانس $۱۲٫۶$ ، با جامعه دیگری با اندازه ۲۴ و واریانس $۷٫۲$ ، تشکیل جامعه جدیدی داده‌اند. اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشد، انحراف معیار جدید چقدر است؟

۷۸) اگر داده‌های یک جامعه آماری را از متر به سانتی‌متر تبدیل کنیم، انحراف معیار جدید چگونه بدست می‌آید؟

۷۹) اگر انحراف معیار داده‌های x_1, x_2, \dots, x_N برابر ۳ باشد، انحراف معیار داده‌های $-\frac{5}{3}x_1, -\frac{5}{3}x_2, \dots, -\frac{5}{3}x_N$ را بدست آورید.

۸۰) اگر دامنه تغییرات داده‌های $۳۰, ۱۸, ۲۴, ۲۰, ۲۵$ ، برابر ۱۵ باشد، m را بدست آورید.

۸۱) در جدول زیر ارتفاع از سطح دریا برای بعضی از شهرهای استان مرکزی و کهگیلویه و بویراحمد دیده می‌شود. (راهنمایی: $۱m = ۳٫۲۸۱ft$)
فوت: ft ، متر: m)

شهر	مرکزی				کهگیلویه و بویراحمد		
	اراک	محللات	خمین	شازند	یاسوج	دهدشت	دنا
فاصله از سطح دریا	$۱۷۰۸(m)$	$۱۷۷۵(m)$	$۱۸۳۰(m)$	$۱۹۲۰(m)$	$۶۱۳۵٫۴۷(ft)$	$۳۲۴۸٫۱۹(ft)$	$۷۲۱۸٫۲۰(ft)$

الف) میانگین ارتفاع از سطح دریا در شهرهای استان مرکزی چقدر است؟

ب) انحراف معیار از سطح دریا در شهرهای استان مرکزی چقدر است؟

پ) ارتفاع از سطح دریا برای شهرهای کدام استان بیشتر است؟

۸۲) میانگین، میانه و انحراف معیار نرخ تورم (مراجعه به خواندنی) سال‌های $۹۴ - ۸۴$ را بر اساس جدول زیر محاسبه کنید.

سال	۱۳۸۴	۱۳۸۵	۱۳۸۶	۱۳۸۷	۱۳۸۸	۱۳۸۹	۱۳۹۰	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴
نرخ تورم	$۱۰٫۴$	$۱۱٫۹$	$۱۸٫۴$	$۲۵٫۴$	$۱۰٫۸$	$۱۲٫۴$	$۲۱٫۵$	$۳۰٫۵$	$۳۴٫۷$	$۱۵٫۶$	$۱۱٫۹$

۸۳) ۱۵ داده آماری با واریانس ۱۲ و ۱۰ داده آماری دیگر با واریانس $۷٫۶$ را با هم ترکیب می‌کنیم. اگر میانگین هر دو گروه یکسان باشند، انحراف معیار ۲۵ داده حاصل را بدست آورید.

۸۴) اگر در جامعه آماری $۳ - ۴b$ ، ۵ ، $۳a - ۶b$ ، دامنه تغییرات برابر صفر باشد، a و b را بدست آورید.

۸۵) اگر دامنه تغییرات داده‌های x_1, x_2, \dots, x_N برابر ۱۲ باشد، دامنه تغییرات داده‌های $۳x_1 - ۱۰, ۳x_2 - ۱۰, \dots, ۳x_N - ۱۰$ را بدست آورید.

۸۶) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) اگر تمام داده‌های آماری را ۲ برابر کنیم، انحراف معیار نیز ۲ برابر می‌شود.

۸۷) برای داده‌های (۳، ۷، ۵، ۱۵، ۱۰) انحراف معیار را محاسبه کنید.

۸۸) نمرات ریاضی یک کلاس به قرار زیر است.

$۱۸, ۱۸, ۱۳, ۲۰, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹, ۲۰$

میانه و انحرافات معیار را برای این جامعه آماری به دست آورید.

۸۹) نمرات ریاضی یک کلاس به قرار زیر است:

$۱۹, ۱۱, ۱۷, ۱۴, ۱۵, ۱۷, ۲۰, ۱۳, ۱۸, ۱۶$

میانه و انحراف معیار را برای این جامعه آماری به دست آورید.

۹۰) اگر همه داده‌های آماری را در عدد ۵ ضرب کنیم و سپس به هر کدام ۴ واحد اضافه کنیم، دامنه تغییرات چه تغییری می‌کند؟

ضریب تغییرات

۹۱) در ۱۵۰ داده آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود؟

۹۲ موجودی حساب پس‌انداز علی و محمد و امید در ابتدای یک سال به ترتیب A و B و C ریال است. (مقادیر A و B و C دوه‌دو متمایزند) اگر این سه نفر ماهانه صد هزار تومان به حساب خود واریز کرده و هیچ مبلغی برداشت نکنند، ضریب تغییرات موجودی‌های آنها در پایان سال نسبت به ابتدای سال چه تغییری خواهد کرد؟ افزایش می‌یابد یا کاهش؟ چرا؟

۹۳ کارخانه‌ای دو نوع لاستیک تولید می‌کند. میانگین طول عمر برای نوع A و B به ترتیب ۱۱۰۰۰ کیلومتر و ۱۰۰۰۰ کیلومتر و انحراف معیار برای نوع A و B به ترتیب ۲۰۰۰ کیلومتر و ۱۰۰۰ کیلومتر است. کدام نوع لاستیک بهتر است؟

۹۴ برای داده‌های آماری x_1, x_2, \dots, x_N مقادیر میانگین و واریانس به ترتیب ۵ و ۴ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها یک واحد اضافه کنیم ضریب تغییرات داده‌های جدید را بدست آورید.

۹۵ در داده‌های آماری با میانگین \bar{X} و انحراف معیار σ اگر به هر یک از داده‌ها، مقدار \bar{X} را اضافه کنیم تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی می‌شود؟

۹۶ در داده آماری میانگین ۳ و انحراف معیار ۱٫۲ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید را بدست آورید.

۹۷ اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ برابر ۳ و واریانس این داده‌ها برابر ۲ باشد.

الف) اگر داده‌ها دو برابر و با ۵ جمع شوند میانگین داده‌های جدید را به دست آورید.

ب) ضریب تغییرات داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ را به دست آورید.

۹۸ فرض کنیم جرم دو نوزاد به ترتیب $x_1 = ۱٫۵$ کیلوگرم و $x_2 = ۲٫۵$ کیلوگرم و جرم دو فرد چهل ساله به ترتیب $y_1 = ۸۰$ کیلوگرم و $y_2 = ۸۱$ کیلوگرم است.

الف) تفاوت جرم دو نوزاد چقدر است؟

ب) تفاوت جرم دو فرد چهل ساله چقدر است؟

پ) انحراف معیارهای هر دو دسته را به دست آورید.

ت) فکر می‌کنید تفاوت جرم‌ها در کدام دسته زیاده‌تر به نظر می‌رسد؟

ث) ضریب تغییرات هر دو دسته را به دست آورید.

۹۹ در داده‌های ۱۴، ۲۳، ۸، ۱۷، ۲۶، ۱۱، ۲۰

الف) چارک سوم را به دست آورید.

ب) ضریب تغییرات داده‌ها را محاسبه کنید.

۱۰۰ ضریب تغییرات داده‌های مقابل را تعیین کنید.

۱، ۳، ۵، ۷

۱۰۱ اگر ضریب تغییرات داده‌های $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9$ برابر صفر باشد، میانگین داده‌های $x_1 + ۲, x_2 - ۱, x_3, x_4$ را به دست آورید.

چارک‌ها و نمودار جعبه‌ای

۱۰۲ در داده‌های ۲۹، ۲۲، ۱۸، ۱۰، ۲۰، ۳۴، ۱۵، ۲۵، ۱۲، ۱۷، ۲۴، ۳۵ میانگین داده‌های بزرگتر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم چقدر است؟

۱۰۳ اعداد ۱۸، ۲۹، ۳۴ به ترتیب چارک اول، میانه و چارک سوم ۸۰ داده متمایز هستند.

الف- چه تعداد از داده‌ها بیش‌تر از ۳۴ است؟

ب- چه تعداد از داده‌ها کم‌تر از ۱۸ است؟

پ- چه تعداد داده بین ۱۸ و ۳۴ است؟

سوالات ترکیبی نمودارها و شاخص ها

۱۰۴) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

الف) اگر مقدار ثابت c از داده‌ها کم شود، انحراف معیار به اندازه \sqrt{c} کاهش می‌یابد.

ب) اگر مقدار ثابت c به داده‌ها اضافه شود، ضریب تغییرات بزرگ‌تر می‌شود.

پ) اگر مقدار ثابت $\frac{1}{c}$ در داده‌ها ضرب شود، انحراف معیار $\frac{1}{c}$ برابر می‌شود.

ت) اگر مقدار ثابت c در داده‌ها ضرب شود، ضریب تغییر ثابت می‌ماند.

۱۰۵) معلم یک کلاس می‌خواهد متوسط مدت زمان استفاده دانش‌آموزان از اینترنت را برآورد کند. وی از ۳۵ دانش‌آموز کلاس خود پرسید، در یک

شبانروز چند دقیقه از اینترنت استفاده می‌کنند؟ در زیر پاسخ آنها گزارش شده است.

۱۲۰	۳۰	۸۰	۴۵	۱۸۰	۱۵	۲۰۰	۶۰	۹۰	۴۵
۲۰	۳۰	۶۰	۱۱۵	۱۲۰	۲۰	۶۰	۹۰	۹۰	۷۵
۲۵	۲۰۰	۷۵	۹۰	۱۰۰	۶۰	۶۰	۶۰	۴۵	۴۵
۱۲۰	۱۰۰	۱۸۰	۳۰	۱۵					

چارک اول، میانه و چارک سوم مدت زمان استفاده از اینترنت دانش‌آموزان این کلاس را مشخص کنید.

پاسخنامه تشریحی

۱

$$P(A) = 0.5 \text{ پیشامد قهرمانی تیم ملی فوتبال } 0.5$$

$$P(B) = 0.6 \text{ پیشامد قهرمانی تیم ملی والیبال } 0.6$$

$$P(A \cap B) = 0.5 \times 0.6 = 0.3 \text{ مستقل } 0.3$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.6 - 0.3 = 0.8$$

۲

$A =$ پیشامد درمان شدن ، $B =$ پیشامد بیمار شدن

$$P(A) = \frac{12}{100}, P(A \cap B) = \frac{10}{100}$$

$$\rightarrow P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{10}{100}}{\frac{12}{100}} = \frac{10}{12} \rightarrow \boxed{P(B|A) = \frac{5}{6}}$$

۳ الف-

$$P(A) = 0.55 + 0.10 \rightarrow P(A) = 0.65$$

$$\rightarrow P(M|A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{0.10}{0.65} = \frac{10}{65} \rightarrow \boxed{P(M|A) = \frac{2}{13}}$$

ب-

$$P(B) = 0.30 + 0.05 \rightarrow P(B) = 0.35$$

$$\rightarrow P(E|B) = \frac{P(E \cap B)}{P(B)} = \frac{0.30}{0.35} = \frac{30}{35} \rightarrow \boxed{P(E|B) = \frac{6}{7}}$$

ب-

$$P(E) = 0.55 + 0.30 \rightarrow P(E) = 0.85$$

$$\rightarrow P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{0.55}{0.85} = \frac{55}{85} \rightarrow \boxed{P(A|E) = \frac{11}{17}}$$

ن-

$$P(M) = 0.10 + 0.05 \rightarrow P(M) = 0.15$$

$$\rightarrow P(B|M) = \frac{P(B \cap M)}{P(M)} = \frac{0.05}{0.15} = \frac{5}{15} \rightarrow \boxed{P(B|M) = \frac{1}{3}}$$

ث-

$$P(E \cup B) = P(E) + P(B) - P(E \cap B) = 0.85 + 0.35 - 0.30 = 0.90$$

$$\rightarrow \boxed{P(E \cup B) = 0.90}$$

۴

$$P(B) = 0.4 \rightarrow P(B') = 1 - P(B) = 1 - 0.4 \rightarrow \boxed{P(B') = 0.6}$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \rightarrow P(A \cap B') = P(A|B') \cdot P(B') = 0.7 \times 0.6$$

$$\rightarrow \boxed{P(A \cap B') = 0.42}$$

$$P(A \cap B') = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = P(B) + P(A) - P(A \cap B) = P(B) + P(A \cap B') = 0,40 + 0,42$$

$$\rightarrow \boxed{P(A \cup B) = 0,82}$$

$$P(B) = 0,3 \rightarrow P(B') = 1 - P(B) = 1 - 0,3 \rightarrow \boxed{P(B') = 0,7}$$

$$P(A|B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \rightarrow P(A \cap B') = P(A|B') \cdot P(B') = 0,3 \times 0,7$$

$$\rightarrow \boxed{P(A \cap B') = 0,21} \quad , \quad P(A - B) = P(A \cap B') \rightarrow \boxed{P(A - B) = 0,21}$$

گزاره دو پیشامد ناسازگار A و $B \rightarrow A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cap B) = 0$

$$\rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0}{P(B)} \rightarrow P(A|B) = 0$$

$A =$ پیشامد آن که عدد تاس مضرب ۳ نباشد $= \{1, 2, 4, 5\}$

$B =$ پیشامد آن که عدد تاس زوج باشد $= \{2, 4, 6\}$ و $A \cap B = \{2, 4\}$

$$\rightarrow P(B|A) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{2}{4} \rightarrow \boxed{P(B|A) = \frac{1}{2}}$$

$$n(S) = 8$$

$A =$ در پرتاب اول و دوم پشت آمده باشد $= \{(پ, پ), (پ, ر)\}$

$B =$ در پرتاب سوم رو آمده باشد $= \{(پ, پ, ر), (پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (ر, ر, ر)\}$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} = \frac{1}{2}$$

$$P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{1}{4}, P(B|A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = ?$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{5} + \frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{28}{140} + \frac{35}{140} - \frac{14}{140} \rightarrow \boxed{P(A \cup B) = \frac{49}{140}}$$

$A =$ پیشامد هر دو عدد زوج $= \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$

$B =$ پیشامد مجموع اعداد رو شده برابر ۸ $= \{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\}$

$$A \cap B = \{(2, 6), (4, 4), (6, 2)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{3}{5} \rightarrow \boxed{P(A|B) = \frac{3}{5}}$$

$$\rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{1}{5}$$

راه حل اول: الف

$$A = \{(۲, ۶), (۶, ۲), (۳, ۵), (۵, ۳), (۴, ۴)\} \Rightarrow n(A) = ۵, \quad A \cap B = \{(۴, ۴)\} \Rightarrow n(A \cap B) = ۱$$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{۱}{۵}$$

راه حل دوم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{۱}{۳۶}}{\frac{۵}{۳۶}} = \frac{۱}{۵}$$

راه حل اول: ب

$$P(B) = \frac{۱}{۶} \neq P(B|A)$$

A و B مستقل نیستند.

راه حل دوم:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B) \text{ استفاده از فرمول}$$

$$\frac{۵}{۳۶} \times \frac{۶}{۳۶} \neq \frac{۱}{۳۶}$$

A و B مستقل نیستند.

$$p(B) = \frac{۵}{۳۶} \quad p(A \cap B) = \frac{۳}{۳۶} \quad p(A|B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{۳}{۵}$$

$$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۱}{۲۰}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cup B) = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۲۰} = \frac{۴۱}{۱۴۰}$$

$$P(A \cap B) = P(B|A) \times P(A) \rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۶} = \frac{۱}{۱۸}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \rightarrow P(A \cup B) = \frac{۱}{۶} + \frac{۱}{۴} - \frac{۱}{۱۸} = \frac{۱۳}{۳۶}$$

پیشامد قبول شدن در درس ریاضی B پیشامد قبول شدن رویا در درس ریاضی A

دو پیشامد A و B مستقل از هم هستند در نتیجه: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(B) = x, \quad P(A) = ۲x$$

$$P(A \cup B) = ۰,۶۲۵ \rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۶۲۵}{۱۰۰۰}$$

$$\rightarrow ۲x + x - (۲x \cdot x) = \frac{۵}{۸} \rightarrow ۳x - ۲x^2 = \frac{۵}{۸} \rightarrow ۲۴x - ۱۶x^2 = ۵$$

$$\rightarrow ۱۶x^2 - ۲۴x + ۵ = ۰ \rightarrow (۴x)^2 - ۶(۴x) + ۵ = ۰ \rightarrow (۴x - ۱)(۴x - ۵) = ۰$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ۴x - ۵ = ۰ \rightarrow x = \frac{۵}{۴} > ۱ \text{ غیر قابل قبول} \\ ۴x - ۱ = ۰ \rightarrow x = \frac{۱}{۴}, \quad ۲x = \frac{۱}{۲} \rightarrow P(A) = \frac{۱}{۲} \end{array} \right.$$

۲۴ الف -

$$A = \{(\omega, 1)(\omega, 2)(\omega, 3)(\omega, 4)(\omega, 5)(\omega, 6)\}, \quad n(s) = 36 \rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{6}{36} \rightarrow \boxed{P(A) = \frac{1}{6}}$$

ب -

$$B = \{(1, \omega)(2, \omega)(3, \omega)(4, \omega)(5, \omega)(6, \omega)\} \rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(s)} = \frac{6}{36} \rightarrow \boxed{P(B) = \frac{1}{6}}$$

ب -

$$A \cap B = \{(\omega, 2)\} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(s)} = \frac{1}{36}$$

$$\rightarrow P(A \cap B) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(B) \rightarrow \frac{1}{36} = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \Rightarrow \text{دو پيشامد مستقل هستند}$$

۲۵ الف -

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{40}{100} \times \frac{70}{100} \rightarrow \boxed{P(A \cap B) = \frac{28}{100}}$$

ب -

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{40}{100} \rightarrow \boxed{P(A') = \frac{60}{100}}$$

$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{70}{100} \rightarrow \boxed{P(B') = \frac{30}{100}}$$

$$P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B') = \frac{60}{100} \times \frac{30}{100} \rightarrow \boxed{P(A' \cap B') = \frac{18}{100}}$$

ب -

$$P(A \cap B') + P(A' \cap B) = P(A) \cdot P(B') + P(A') \cdot P(B) = \frac{40}{100} \times \frac{30}{100} + \frac{60}{100} \times \frac{70}{100}$$

$$\rightarrow \boxed{P(A \cap B') + P(A' \cap B) = \frac{54}{100}}$$

۲۶

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \rightarrow 16 = 12 + 6 - n(A \cap B) \rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$\text{دو پيشامد } A \text{ و } B \text{ مستقل هستند} \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \rightarrow \frac{n(A \cap B)}{n(s)} = \frac{n(A)}{n(s)} \cdot \frac{n(B)}{n(s)}$$

$$\rightarrow \frac{2}{n(s)} = \frac{12}{n(s)} \cdot \frac{6}{n(s)} \rightarrow 2(n(s))^2 = 72n(s) \rightarrow (n(s))^2 = 36n(s)$$

$$\rightarrow n(s)(n(s) - 36) = 0 \begin{cases} n(s) = 0 & \text{غ} \\ n(s) = 36 \end{cases}$$

۲۷

$$A = \text{پيشامد فرزند پسر} \quad \text{و} \quad P(A) = \frac{1}{4}$$

$$A' = \text{پيشامد فرزند دختر} \rightarrow P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow P(\text{دو فرزند همجنس}) = P(\text{دو فرزند پسر}) + P(\text{دو فرزند دختر}) = \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right) = \frac{10}{16}$$

$$\rightarrow P(\text{دو فرزند همجنس}) = \frac{5}{8}$$

۲۸

الف

$$A = \text{پيشامد انتخاب در تيم بسكتبال} \rightarrow P(A) = 0,7$$

$$B = \text{پیشامد انتخاب در تیم ملی فوتبال نوجوانان} \rightarrow P(B) = 0,8$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{7}{10} \times \frac{8}{10} \rightarrow \boxed{P(A \cap B) = \frac{56}{100}}$$

$$\text{روش ۱: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} + \frac{8}{10} - \frac{56}{100} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{94}{100}$$

$$\rightarrow P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{94}{100} \rightarrow \boxed{P(A \cup B)' = \frac{6}{100}}$$

$$\text{روش ۲: } P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{8}{10} = \frac{2}{10}$$

$$\rightarrow P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B') = \frac{3}{10} \times \frac{2}{10} \rightarrow \boxed{P(A' \cap B') = \frac{6}{100}}$$

$$P(B - A) = P(B \cap A') = P(B) \cdot P(A') = \frac{8}{10} \times \frac{3}{10} \rightarrow \boxed{P(B - A) = \frac{24}{100}}$$

$$\text{روش ۱: } P(B - A) + P(A - B) = P(B \cap A') + P(A \cap B') = P(B) \cdot P(A') + P(A) \cdot P(B')$$

$$= \frac{8}{10} \times \frac{3}{10} + \frac{7}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{24}{100} + \frac{14}{100} \rightarrow \boxed{P(B - A) + P(A - B) = \frac{38}{100}}$$

$$\text{روش ۲: } P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{94}{100} - \frac{56}{100} \rightarrow \boxed{P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{38}{100}}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} + \frac{8}{10} - \frac{56}{100} \rightarrow \boxed{P(A \cup B) = \frac{94}{100}}$$

ب

پ

ت

ث

۲۹

درست الف

۳۰

$$\text{مستقل } B, A \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\text{الف) } P(B) \cdot P(A') = P(B)(1 - P(A)) = P(B) - P(B) \cdot P(A)$$

$$= P(B) - P(A \cap B) = P(B - A) = P(B \cap A')$$

$$\rightarrow P(B) \cdot P(A') = P(B \cap A') \rightarrow \text{B و } A' \text{ مستقل هستند}$$

$$\text{ب) } P(A') \cdot P(B') = (1 - P(A))(1 - P(B)) = 1 - P(A) - P(B) + P(A) \cdot P(B)$$

$$= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$= 1 - P(A \cup B) = P(A \cup B)' = P(A' \cap B')$$

$\rightarrow P(A') \cdot P(B') = P(A' \cap B') \rightarrow A'$ و B' مستقل هستند

۳۱

$$A = \{۲, ۴, ۶\} \rightarrow P(A) = \frac{۳}{۶}, B = \{۳, ۶\} \rightarrow P(B) = \frac{۲}{۶}, C = \{۳, ۴, ۵, ۶\} \rightarrow P(C) = \frac{۴}{۶}$$

$$A \cap B = \{۶\} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{۱}{۶} \rightarrow P(A \cap B) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(B) \rightarrow \frac{۱}{۶} = \frac{۳}{۶} \times \frac{۲}{۶}$$

دو پیشامد A و B مستقل هستند.

$$A \cap C = \{۴, ۶\} \rightarrow P(A \cap C) = \frac{۲}{۶} \rightarrow P(A \cap C) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(C) \rightarrow \frac{۲}{۶} = \frac{۳}{۶} \times \frac{۴}{۶}$$

دو پیشامد A و C مستقل هستند.

$$B \cap C = \{۳, ۶\} \rightarrow P(B \cap C) = \frac{۲}{۶} \rightarrow P(B \cap C) \stackrel{?}{=} P(B) \cdot P(C) \rightarrow \frac{۲}{۶} \neq \frac{۲}{۶} \times \frac{۴}{۶}$$

دو پیشامد B و C مستقل نیستند.

۳۲

پیشامد موفقیت عمل جراحی برای شخص B ، $B =$ پیشامد موفقیت عمل جراحی برای شخص A ، $A =$

پیشامد A و B دو پیشامد مستقل هستند $\rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \frac{۹}{۱۰} + \frac{۸}{۱۰} - \frac{۹}{۱۰} \times \frac{۸}{۱۰} = \frac{۹۰}{۱۰۰} + \frac{۸۰}{۱۰۰} - \frac{۷۲}{۱۰۰} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{۹۸}{۱۰۰}$$

۳۳

$B =$ پیشامد آن که فرد دارای چشم مشکلی باشد ، $A =$ پیشامد آن که فرد دارای گروه خونی A باشد

پیشامد A و B دو پیشامد مستقل هستند $\rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \frac{۴۰}{۱۰۰} + \frac{۷۵}{۱۰۰} - \frac{۴۰}{۱۰۰} \times \frac{۷۵}{۱۰۰} = \frac{۴۰}{۱۰۰} + \frac{۷۵}{۱۰۰} - \frac{۳۰}{۱۰۰} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{۸۵}{۱۰۰}$$

۳۴

پیشامد آن که زن روستایی تحصیلات ابتدایی داشته باشد $A =$

پیشامد آن که زن روستایی مهارت قالی بافی داشته باشد $B =$

پیشامد A و B دو پیشامد مستقل هستند $\rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \frac{۶۰}{۱۰۰} + \frac{۲۵}{۱۰۰} - \frac{۶۰}{۱۰۰} \times \frac{۲۵}{۱۰۰} = \frac{۸۵}{۱۰۰} - \frac{۱۵}{۱۰۰} \rightarrow P(A \cup B) = ۰,۷$$

۳۵

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \frac{۶}{۱۰} + \frac{۳}{۱۰} - \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۳}{۱۰} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{۷۲}{۱۰۰}$$

۳۶

پیشامد قبول شدن بابک در کنکور $B =$ ، پیشامد قبول شدن فرهاد در کنکور $A =$

پیشامد A و B دو پیشامد مستقل هستند $\rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = \frac{۸}{۱۰} + \frac{۷}{۱۰} - \frac{۸}{۱۰} \times \frac{۷}{۱۰} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{۹۴}{۱۰۰}$$

پیشامد زنده بودن زن تا ۲۰ سال آینده $B =$ ، پیشامد زنده بودن مرد تا ۲۰ سال آینده $A =$

الف- ۳۷

$$\text{دو پیشامد مستقل هستند } B \text{ و } A \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{20}$$

ب.

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{5} \rightarrow P(A') = \frac{4}{5}$$

$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{1}{4} \rightarrow P(B') = \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow P(A \cap B') + P(B \cap A') = P(A) \cdot P(B') + P(B) \cdot P(A') = \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{4}{5}$$

$$\rightarrow P(A \cap B') + P(B \cap A') = \frac{7}{20}$$

۳۸

$$\text{پیشامدهای } A \text{ و } B \text{ مستقل از هم هستند } \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{3} + P(B) - \frac{1}{3}P(B) \rightarrow \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = (1 - \frac{1}{3})P(B)$$

$$\rightarrow \frac{4}{6} = \frac{2}{3}P(B) \rightarrow P(B) = \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{3}{4} \rightarrow P(B') = \frac{1}{4}$$

۳۹

الف

$$p(A) \times p(B)$$

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,6 + 0,7 - 0,42 = 0,88$$

۴۰

گزینه الف، ۴۱

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \bar{X} \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_N = N\bar{X}$$

$$\bar{Y} = \frac{x_1 + \bar{X} + x_2 + 2\bar{X} + \dots + x_N + N\bar{X}}{N} = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_N) + (\bar{X} + 2\bar{X} + \dots + N\bar{X})}{N}$$

$$\rightarrow \bar{Y} = \frac{N\bar{X} + \frac{N(N+1)}{2}\bar{X}}{N} = \frac{N\bar{X}}{N} + \frac{N(N+1)}{2N}\bar{X} = \bar{X} + \frac{N+1}{2}\bar{X}$$

$$\rightarrow \bar{Y} = \frac{2+N+1}{2}\bar{X} \rightarrow \bar{Y} = \frac{N+3}{2}\bar{X}$$

۴۲

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_9}{9} = 11 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_9 = 99$$

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_9 + x_{10}}{10} = 12 \rightarrow 99 + x_{10} = 120 \rightarrow x_{10} = 21$$

۴۳

$$\frac{x_1 + 1 + x_2 + 2 + x_3 + 3}{3} = \bar{X} \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + 6 = 3\bar{X} \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3\bar{X} - 6$$

۴۴

$$\bar{Y} = \frac{3x_1 + 1 + 3x_2 + 2 + 3x_3 + 3}{3} = \frac{3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 6}{3} = \frac{3(x_1 + x_2 + x_3)}{3} + \frac{6}{3}$$

$$\rightarrow \bar{Y} = x_1 + x_2 + x_3 + 2 \rightarrow \bar{Y} = 3\bar{X} - 6 + 2 \rightarrow \boxed{\bar{Y} = 3\bar{X} - 4}$$

۴۵

$$\frac{a + a + a + a + a + 1}{5} = \frac{3a}{2} \rightarrow \frac{5a + 1}{5} = \frac{3a}{2} \rightarrow 10a + 2 = 15a \rightarrow 2 = 15a - 10a$$

$$\rightarrow 2 = 5a \rightarrow \boxed{a = \frac{2}{5}}$$

$$\rightarrow \bar{X} = \frac{a + a + 1 + a + 2 + a + 3 + a + 4}{5} = \frac{5a + 10}{5} \rightarrow \boxed{\bar{X} = \frac{5a}{5} + \frac{10}{5}}$$

$$\rightarrow \bar{X} = a + 2 = \frac{2}{5} + 2 \rightarrow \boxed{\bar{X} = \frac{12}{5}}$$

۴۶

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{80}{5} \rightarrow \boxed{\bar{x} = 16}$$

$$\text{داده‌ها } x, x + 2, x + 4, x + 6, x + 8 \rightarrow x + x + 2 + x + 4 + x + 6 + x + 8 = 80$$

$$\rightarrow 5x + 20 = 80 \rightarrow 5x = 60 \rightarrow \boxed{x = 12} \rightarrow \text{داده‌ها : } 12, 14, 16, 18, 20$$

۴۷

$$\text{میانگین } 20 \text{ داده} = \frac{\text{مجموع } 20 \text{ داده}}{20} \rightarrow 35 = \frac{\text{مجموع } 20 \text{ داده}}{20}$$

$$\rightarrow \text{داده } 20 \text{ مجموع} = 35 \times 20$$

$$\rightarrow \text{مجموع } 20 \text{ داده} = 700 \rightarrow \text{مجموع } 16 \text{ داده} = 700 - (46 + 49 + 41 + 52)$$

$$\text{مجموع } 16 \text{ داده} = 512$$

$$\text{میانگین } 16 \text{ داده} = \frac{\text{مجموع } 16 \text{ داده}}{16} = \frac{512}{16} \rightarrow \text{میانگین } 16 \text{ داده} = 32$$

۴۸

$$\bar{x} = 3(8) + 4 \rightarrow \boxed{\bar{x} = 28}$$

۴۹

$$\bar{x} = \frac{n\bar{x}_1 + m\bar{x}_2}{n + m} = \frac{9 \times 18 + 6 \times 13}{9 + 6} = \frac{240}{15} \rightarrow \boxed{\bar{x} = 16}$$

۵۰

$$\frac{x_1 + 9 + x_2 - 3 + x_3 - 4 + x_4 + 6}{4} = 10 \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 8}{4} = 10$$

$$\rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 8 = 40 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 32 \rightarrow \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 8$$

۵۱

$$Q_2 = \frac{x_f + x_d}{2} \rightarrow \text{تعداد کل داده‌ها} \quad \boxed{N = 8}$$

$$\rightarrow \bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{360}{8} \rightarrow \boxed{\bar{X} = 45}$$

۵۲

الف-

$$Q_2 = \frac{10 + x}{2} \rightarrow 13 = \frac{10 + x}{2} \rightarrow 10 + x = 26 \rightarrow \boxed{x = 16}$$

ب-



$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} \rightarrow 15 = \frac{4 + 6 + \dots + x + \dots + 29}{10} \rightarrow \boxed{15 = \frac{133 + x}{10}}$$

$$\rightarrow 133 + x = 150 \rightarrow \boxed{x = 17} \rightarrow Q_2 = \frac{10 + 17}{2} \rightarrow \boxed{Q_2 = 13,5}$$

$\rightarrow 3, 4, 5, 7, 7, 9, 10, 11, 12, 14, 14, 15, 17, 17, 19$

$$\text{تعداد داده‌ها} = 15 \rightarrow \boxed{Q_2 = 11}$$

$12, 14, 15, 17, 19, 20, 23, 25, 26, 27, 30$

$$\text{تعداد داده‌ها} = \text{فرد} \rightarrow Q_2 = 20$$

۵۳

۵۴

۵۵

الف میانه

۵۶

الف ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$75, 82, 86, 89, 91, 92, 97, 98, 98, 100, 101, 105$

پون تعداد داده‌ها زوج است، دو عدد وسط را با هم جمع و بر دو تقسیم می‌کنیم:

$$\text{میانه} = (92 + 97) \div 2 = 94,5$$

ب

$$\bar{X} = \frac{75 + 82 + 86 + 89 + 91 + 92 + 97 + 98 + 98 + 100 + 101 + 105}{12}$$

$$\bar{X} = \frac{1114}{12} = 92,83$$

۵۷ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ می‌نویسیم:

$1, 3, 4, 5, 7, 7, 9, 11, 12, 12, 14, 15, 17, 17, 19$

داده هشتم

تعداد داده‌ها فرد است (۱۵ تا)، پس داده شماره ۸، یعنی ۱۱ میانه است.

۵۸

$$\bar{X} = \frac{9 \times b + 6 \times 2b}{9 + 6} \rightarrow 21 = \frac{21b}{15} \rightarrow 21b = 21 \times 15 \rightarrow \boxed{b = 15}$$

$$\rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{9(15-21)^2 + 6(30-21)^2}{15}} = \sqrt{\frac{9 \times 36 + 6 \times 81}{15}} = \sqrt{\frac{810}{15}} \rightarrow \boxed{\sigma = \sqrt{54}}$$

۵۹ اگر انحراف معیار داده‌ها برابر صفر باشد، یعنی داده با هم برابرند.

$$\begin{cases} 2x - 1 = 5 \rightarrow \boxed{x = 3} \\ 3y + 2 = 5 \rightarrow \boxed{y = 1} \\ z - 3 = 5 \rightarrow \boxed{z = 8} \end{cases}$$

۶۰ اگر قیمت سال گذشته x باشد، امسال ۱۰ درصد اضافه شده است پس داریم:

$$\text{قیمت امسال } X = x + \frac{10}{100}x \rightarrow \boxed{X = 1,1x}$$

$$\rightarrow \sigma_x^2 = (1,1)^2 \sigma_x^2 = 1,21 \times 10000 \rightarrow \boxed{\sigma_x^2 = 12100}$$

۶۱ مجموع انحراف داده‌ها از میانگین برابر صفر است پس داریم:

$$7 \times (-4) + 5 \times 2 + x \times 3 = 0 \rightarrow 3x = 18 \rightarrow \boxed{x = 6}$$

$$\sigma^2 = \frac{7(-4)^2 + 5(2)^2 + 6(3)^2}{7+5+6} = \frac{112 + 20 + 54}{18} = \frac{186}{18} \rightarrow \sigma^2 = \frac{31}{3} \approx 10,33$$

۶۲

$$\bar{X} = \frac{(25 \times 17) + (10 \times 13) + (15 \times 23)}{25 + 10 + 15} = \frac{900}{50} \rightarrow \bar{X} = 18$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{25(17-18)^2 + 10(13-18)^2 + 15(23-18)^2}{50} = \frac{25 + 250 + 375}{50}$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{650}{50} \rightarrow \sigma^2 = 13$$

۶۳

$$\bar{X}_{29} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{29}}{29} \rightarrow 17 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{25} + 12 + 13 + 21 + 22}{29}$$

$$\rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{25} + 68 = 493 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{25} = 425$$

همان میانگین قبلی است.

$$\rightarrow \bar{X}_{25} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{25}}{25} = \frac{425}{25} \rightarrow \bar{X}_{25} = 17$$

$$\rightarrow \sigma_{29}^2 = \frac{(x_1 - \bar{X}_{29})^2 + \dots + (x_{29} - \bar{X}_{29})^2}{29} \rightarrow \sigma^2 = \frac{(x_1 - 17)^2 + \dots + (x_{29} - 17)^2}{29}$$

$$\rightarrow 5 \times 29 = (x_1 - 17)^2 + \dots + (x_{25} - 17)^2 + (12 - 17)^2 + (13 - 17)^2$$

$$+ (21 - 17)^2 + (22 - 17)^2$$

$$\rightarrow 145 = (x_1 - 17)^2 + \dots + (x_{25} - 17)^2 + 25 + 16 + 16 + 25$$

$$\rightarrow (x_1 - 17)^2 + \dots + (x_{25} - 17)^2 = 63$$

$$\rightarrow \sigma_{25}^2 = \frac{(x_1 - 17)^2 + \dots + (x_{25} - 17)^2}{25} = \frac{63}{25} \rightarrow \sigma_{25}^2 = 2,52$$

۶۴

چون واریانس برابر صفر است، پس تمام داده‌ها به هم برابرند.

$$\begin{cases} 2a - b = 7 \\ -a - 3b = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{2}a - b = 7 \\ -\cancel{1}a - 6b = 14 \end{cases} +$$

$$-7b = 21 \rightarrow b = -3, \quad 2a - (-3) = 7 \rightarrow a = 2$$

۶۵

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_\lambda}{\lambda} = 15 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_\lambda = 15\lambda$$

$$f = \frac{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_\lambda - 15)^2}{\lambda}$$

$$\rightarrow (x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_\lambda - 15)^2 = 32$$

اگر دو داده جدید ۱۲ و ۱۸ را اضافه کنیم داریم:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_\lambda + 12 + 18}{\lambda + 2} = \frac{15\lambda + 30}{\lambda + 2} \rightarrow \bar{X} = 15$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - 15)^2 + (x_2 - 15)^2 + \dots + (x_\lambda - 15)^2 + (12 - 15)^2 + (18 - 15)^2}{\lambda + 2} = \frac{32 + 9 + 9}{\lambda + 2}$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{50}{\lambda + 2} \rightarrow \sigma^2 = 5$$

۶۶

$$\sigma_{x'}^2 = (-2)^2 \sigma^2 = 4 \times 5 = 20$$

۶۷

$$\sigma^2_{ax+b} = a^2 \cdot \sigma^2_x \rightarrow \sigma^2_{-3x+2} = (-3)^2 \sigma^2_x = 9 \times 4 \rightarrow \sigma^2_{-3x+2} = 36$$

۶۸

$$\bar{X} = \frac{20 + 15 + 24 + 22 + 19 + 26}{6} = \frac{126}{6} \rightarrow \bar{X} = 21$$

$$\sigma^2 = \frac{(20-21)^2 + (15-21)^2 + (24-21)^2 + (22-21)^2 + (19-21)^2 + (26-21)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{1 + 36 + 9 + 1 + 4 + 25}{6} = \frac{76}{6} \rightarrow \sigma^2 = \frac{38}{3} \approx 12,67$$

۶۹

الف ۶۳

۷۰ الف) داده‌های گروه B نظیر به نظیر، ۲ واحد بیشتر از داده‌های گروه A هستند و می‌دانیم اضافه کردن مقداری ثابت به همه داده‌ها، تأثیری در واریانس ندارد، پس واریانس گروه A با واریانس گروه B یکسان است.

ب) داده‌های گروه B نظیر به نظیر، ۳ برابر گروه A هستند، پس واریانس داده‌های گروه B، ۹ برابر واریانس داده‌های گروه A است، بنابراین نسبت واریانس گروه A به واریانس گروه B برابر $\frac{1}{9}$ است.

۷۱

الف)

$$\bar{x} = \frac{15 + 20 + 25 + 30 + 35}{5} = \frac{125}{5} \rightarrow \bar{x} = 25$$

$$\bar{y} = \frac{23 + 24 + 25 + 26 + 27}{5} = \frac{125}{5} \rightarrow \bar{y} = 25$$

ب)

$$\sigma^2_x = \frac{(15-25)^2 + (20-25)^2 + (25-25)^2 + (30-25)^2 + (35-25)^2}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

$$\rightarrow \sigma_x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\sigma^2_y = \frac{(23-25)^2 + (24-25)^2 + (25-25)^2 + (26-25)^2 + (27-25)^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\rightarrow \sigma_y = \sqrt{2}$$

پ) برنامه‌ریزی سفر با دوستان مینا ساده‌تر است زیرا انحراف معیار کمتری دارند.

۷۲

$$\sigma_x = |-4| \sigma_{-\frac{1}{4}x+5} = 4 \times 2 \rightarrow \sigma_x = 8$$

۷۳

$$|x_1 - \bar{x}| = 5, |x_2 - \bar{x}| = 4, |x_3 - \bar{x}| = 3, |x_4 - \bar{x}| = 3$$

$$|x_5 - \bar{x}| = 2, |x_6 - \bar{x}| = 2, |x_7 - \bar{x}| = 2, |x_8 - \bar{x}| = 1$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_8 - \bar{x})^2}{8}$$

$$\sigma^2 = \frac{5^2 + 4^2 + 3^2 + 3^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2}{8} = \frac{72}{8} = 9 \Rightarrow \sigma = \sqrt{9} = 3$$

۷۴ اگر طول ضلع مربع‌ها را x_1, x_2, \dots, x_N در نظر بگیریم:

$$\bar{X} = 15, \quad CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} \rightarrow \sigma^2 = \frac{\sigma}{15} \rightarrow \boxed{\sigma = 3}$$

مساحت مربع‌ها را می‌توانیم بصورت $x_1^2, x_2^2, \dots, x_N^2$ بنویسیم و داریم:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - \bar{X}^2 \rightarrow \sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} - 15^2$$

$$\rightarrow \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 9 + 225 \rightarrow \boxed{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2}{N} = 234}$$

۷۵

$$\bar{X}_{r5} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{r5}}{25} \rightarrow 30 = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{r1} + 10 + 15 + 45 + 50}{25}$$

$$\rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{r1} + 120 = 750 \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{r1} = 630$$

همان میانگین قبلی است

$$\rightarrow \bar{X}_{r1} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{r1}}{21} = \frac{630}{21} \rightarrow \boxed{\bar{X}_{r1} = 30}$$

$$\sigma_{r5} = 8 \rightarrow \sigma_{r5}^2 = 64$$

$$\sigma_{r5}^2 = \frac{(x_1 - \bar{X}_{r5})^2 + \dots + (x_{r5} - \bar{X}_{r5})^2}{25} \rightarrow 64 = \frac{(x_1 - 30)^2 + \dots + (x_{r5} - 30)^2}{25}$$

$$\rightarrow 64 \times 25 = (x_1 - 30)^2 + \dots + (x_{r1} - 30)^2 + (10 - 30)^2 + (15 - 30)^2 + (45 - 30)^2 + (50 - 30)^2$$

$$\rightarrow 1600 = (x_1 - 30)^2 + \dots + (x_{r1} - 30)^2 + 400 + 225 + 225 + 400$$

$$\rightarrow (x_1 - 30)^2 + \dots + (x_{r1} - 30)^2 = 350$$

$$\rightarrow \sigma_{r1}^2 = \frac{(x_1 - 30)^2 + \dots + (x_{r1} - 30)^2}{21} = \frac{350}{21} \rightarrow \boxed{\sigma_{r1}^2 = \frac{50}{3} \approx 16,67}$$

۷۶ داده ۷ بصورت اعداد متوالی و به شکل زیر در نظر می‌گیریم:

$$a-3, a-2, a-1, a, a+1, a+2, a+3$$

$$\bar{X} = \frac{a-3+a-2+a-1+a+a+1+a+2+a+3}{7} = \frac{7a}{7} \rightarrow \bar{X} = a$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{(a-3-a)^2 + (a-2-a)^2 + \dots + (a+3-a)^2}{7}$$

$$= \frac{(-3)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2}{7}$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{28}{7} \rightarrow \boxed{\sigma^2 = 4}, \quad \boxed{\sigma = 2}$$

۷۷

$$\text{ماری داده آماری } 12: 12,6 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{12} - \bar{X})^2}{12} \rightarrow (x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{12} - \bar{X})^2 = 151,2$$

$$\text{ماری داده آماری } 24: 7,2 = \frac{(y_1 - \bar{X})^2 + \dots + (y_{24} - \bar{X})^2}{24} \rightarrow (y_1 - \bar{X})^2 + \dots + (y_{24} - \bar{X})^2 = 172,8$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{12} - \bar{X})^2 + (y_1 - \bar{X})^2 + \dots + (y_{24} - \bar{X})^2}{12 + 24} = \frac{151,2 + 172,8}{12 + 24}$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{324}{36} \rightarrow \sigma^2 = 9 \rightarrow \boxed{\sigma = 3}$$

۷۸ اگر داده‌ها را از متر به سانتی‌متر تبدیل کنیم، تمام داده‌ها ۱۰۰ برابر می‌شوند و داریم:

$$\sigma_{100x} = |100| \sigma_x \rightarrow \boxed{\sigma_{100x} = 100\sigma_x} \rightarrow \text{انحراف معیار } 100 \text{ برابر می‌شود}$$

$$\sigma_{ax+b} = |a| \sigma_x \rightarrow \sigma_{-\frac{5}{3}x} = \left| -\frac{5}{3} \right| \times 3 \rightarrow \boxed{\sigma_{-\frac{5}{3}x} = 5}$$

$$\text{داده بزرگترین} = m \Rightarrow 18, 20, 24, 25, 30, m \rightarrow m - 18 = 15 \rightarrow \boxed{m = 33}$$

$$\text{داده کوچکترین} = m \Rightarrow m, 18, 20, 24, 25, 30 \rightarrow 30 - m = 15 \rightarrow \boxed{m = 15}$$

$$\bar{X} = \frac{1708 + 1775 + 1830 + 1920}{4} \rightarrow \boxed{\bar{X} = 1808,25m}$$

$$\sigma^2 = \frac{(1708 - 1808,25)^2 + \dots + (1920 - 1808,25)^2}{4} = 6029,19$$

$$\rightarrow \boxed{\sigma = 77,65}$$

$$\bar{Y} = \frac{6135,47 + 3248,19 + 7218,20}{3} \rightarrow \boxed{\bar{Y} = 5533,95ft}$$

$$\rightarrow \boxed{\bar{Y} = 1686,67m}$$

میانگین ارتفاع از سطح دریا برای شهرهای استان مرکزی بیشتر است.

$$\bar{X} = \frac{10,4 + 11,9 + 18,4 + 25,4 + 10,8 + 12,4 + 21,5 + 30,5 + 34,7 + 15,6 + 11,9}{11}$$

$$\rightarrow \bar{X} = \frac{203,5}{11} \rightarrow \boxed{\text{میانگین } \bar{X} = 18,5}$$

برای بدست آوردن میانه، داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$10,4 - 10,8 - 11,9 - 11,9 - 12,4 - \underline{\underline{15,6}} - 18,4 - 21,5 - 25,4 - 30,5 - 34,7$$

$$\boxed{Q_2 = 15,6 \text{ میانه}}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{11} (x_i - \bar{X})^2}{N} = \frac{(10,4 - 18,5)^2 + (10,8 - 18,5)^2 + \dots + (34,7 - 18,5)^2}{11}$$

$$\sigma^2 = \frac{720,7}{11} = 65,52 \rightarrow \boxed{\text{انحراف معیار } \sigma = 8,09}$$

$$15 \text{ داده آماری} : 12 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{X})^2}{15} \rightarrow (x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{15} - \bar{X})^2 = 180$$

$$دادۀ آماری ۱۰ : ۷,۶ = \frac{(x_{16} - \bar{X})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{X})^2}{10} \rightarrow (x_{16} - \bar{X})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{X})^2 = ۷۶$$

$$\rightarrow \sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{X})^2}{15 + 10} = \frac{180 + 76}{15 + 10} \rightarrow \sigma^2 = \frac{256}{25} \rightarrow \sigma = \frac{16}{5} = ۳,۲$$

۸۴ اگر دامنه تغییرات برابر صفر باشد یعنی داده‌های جامعه آماری با هم برابرند و داریم:

$$\begin{cases} 4b - 3 = 5 \rightarrow 4b = 5 + 3 \rightarrow 4b = 8 \rightarrow b = 2 \\ 6b - 3a = 5 \rightarrow 6(2) - 3a = 5 \rightarrow 12 - 3a = 5 \rightarrow 3a = 7 \rightarrow a = \frac{7}{3} \end{cases}$$

۸۵

دامنه تغییرات داده‌های جدید $R' = 3R = 3 \times 12$

$$\rightarrow R' = 36$$

۸۶

درست الف

۸۷

$$\bar{x} = 8 \quad \delta = \sqrt{\frac{88}{5}} = \sqrt{17,6}$$

۸۸

۱۳, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۰
 $Q_p = 17,5$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{170}{10} = 17 \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{9 + 4 + 0 + 1 + 4 + 9 + 9 + 16 + 1 + 1}{10}} = \sqrt{5,4}$$

۸۹

۱۱, ۱۳, ۱۴, ۱۵, $\underbrace{16, 17, 17}_{Q_p=16,5}, 18, 19, 20$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \frac{160}{10} = 16 \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{X} - x_i)^2}{n}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{25 + 9 + 4 + 1 + 0 + 1 + 1 + 4 + 9 + 16}{10}} = \sqrt{7}$$

۹۰ اگر بیشترین و کمترین مقدار داده‌های اولیه را به ترتیب x_1 و x_p در نظر بگیریم، دامنه تغییرات اولیه:

$$R_1 = x_1 - x_p$$

حال همه داده‌ها را در ۵ ضرب کرده و داده‌های جدید به ترتیب برابر با $5x_1$ و $5x_p$ و دامنه تغییرات جدید:

$$R_p = 5x_1 - 5x_p = 5(x_1 - x_p) = 5R_1$$

بنابراین اگر همه داده‌های آماری در ۵ ضرب کنیم، دامنه تغییرات ۵ برابر می‌شود.

حال همه داده‌ها را با ۴ جمع کرده و مقدار داده‌های جدید برابر با $5x_1 + 4$ و $5x_p + 4$ می‌شود و دامنه تغییرات جدید:

$$R_p = (5x_1 + 4) - (5x_p + 4) = 5(x_1 - x_p) = 5R_1$$

بنابراین اگر به همه داده‌های آماری ۴ واحد اضافه کنیم، دامنه تغییرات تغییری نمی‌کند.

۹۱ اگر داده‌های اولیه بصورت x_1, x_2, \dots, x_{150} باشند، داریم:

$$\bar{X}_x = 12, \quad CV_x = \frac{\sigma_x}{\bar{X}_x} = \frac{\sigma_x}{12}$$

داده‌های جدید بصورت $2x_1 + 3, 2x_2 + 3, \dots, 2x_{150} + 3$ می‌باشند و داریم:

$$\bar{X}_{2x+3} = 2 \times \bar{X}_x + 3 = 27, \quad \sigma_{2x+3} = 2\sigma_x, \quad CV_{2x+3} = \frac{\sigma_{2x+3}}{\bar{X}_{2x+3}} = \frac{2\sigma_x}{27}$$

$$\rightarrow \frac{CV_{2x+3}}{CV_x} = \frac{\frac{2\sigma_x}{27}}{\frac{\sigma_x}{12}} = \frac{2 \times 12}{27} \rightarrow \frac{CV_{2x+3}}{CV_x} = \frac{8}{9}$$

۹۲ با توجه به اینکه هر ماه صد هزار تومان به موجودی هر کدام اضافه می‌شود، در انتهای سال به موجودی هر کدام $12 \times 100000 = 1200000$ تومان اضافه شده است.

$\sigma_1 =$ انحراف معیار، $\bar{x} =$ میانگین $\Rightarrow A, B, C$ موجودی اولیه (ابتدای سال)

می‌دانیم اگر به هر کدام از داده‌ها عدد ثابتی اضافه شود، به میانگین آن نیز عدد ثابت اضافه می‌شود، ولی انحراف معیار تغییر نمی‌کند، پس داریم:

(موجودی ثانویه (انتهای سال) $A + 1200000, B + 1200000, C + 1200000$)

$$\text{میانگین} = \bar{x} + 1200000, \quad \sigma_2 = \sigma_1 \quad cv_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}}, \quad cv_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x} + 1200000} = \frac{\sigma_1}{\bar{x} + 1200000}$$

با توجه به اینکه به مخرج cv_2 ، نسبت به مخرج cv_1 عدد 1200000 اضافه شده است، پس حاصل cv_2 از cv_1 کمتر است، پس ضریب تغییرات کاهش یافته است. در نتیجه $cv_2 < cv_1$.

۹۳

$$cv_A = \frac{\sigma_A}{\bar{X}_A} = \frac{2000}{11000} = \frac{2}{11} \approx 0,18$$

$$cv_B = \frac{\sigma_B}{\bar{X}_B} = \frac{1000}{10000} = \frac{1}{10} = 0,1$$

لاستیک نوع B بهتر است؛ چون ضریب تغییرات کمتری دارد.

۹۴ اضافه شدن یک واحد به داده‌های آماری باعث می‌شود که میانگین یک واحد زیاد شود و واریانس و انحراف معیار ثابت بماند. پس داریم:

$$\bar{X} = 5 + 1 = 6, \quad \sigma^2 = 4 \rightarrow \sigma = 2$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{2}{6} \rightarrow CV = \frac{1}{3} \approx 0,33$$

۹۵ اضافه شدن مقدار \bar{X} به داده‌های آماری باعث می‌شود که میانگین به اندازه \bar{X} زیاد شود و واریانس و انحراف معیار ثابت بماند داریم:

$$CV_{\text{قدیم}} = \frac{\sigma}{\bar{X}}, \quad CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma}{\bar{X} + \bar{X}} = \frac{\sigma}{2\bar{X}}$$

$$\frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}} = \frac{\frac{\sigma}{2\bar{X}}}{\frac{\sigma}{\bar{X}}} \rightarrow \frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}} = \frac{1}{2}$$

۹۶ اضافه شدن ۹ واحد به داده‌های آماری باعث می‌شود که میانگین ۹ واحد زیاد شود و واریانس و انحراف معیار ثابت بماند. پس داریم:

$$\bar{X} = 3 + 9 \rightarrow \bar{X} = 12, \quad \sigma = 1,2$$

$$\rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{X}} = \frac{1,2}{12} \rightarrow CV = 0,1$$

۹۷

الف

$$\bar{x} = 2 \times 3 + 5 = 11$$

ب

$$cv = \frac{\delta}{x} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

۹۸

الف

$$x_2 - x_1 = 2,5 - 1,5 = 1 \text{ کیلوگرم}$$

ب

$$y_2 - y_1 = 81 - 80 = 1 \text{ کیلوگرم}$$

پ

$$x_1 = 1,5, \quad x_2 = 2,5 \Rightarrow \bar{x} = \frac{1,5 + 2,5}{2} = 2$$

$$\sigma_x^2 = \frac{(1,5 - 2)^2 + (2,5 - 2)^2}{2} = \frac{0,25 + 0,25}{2} = 0,25 \Rightarrow \text{انحراف معیار } \sigma_x = 0,5$$

$$y_1 = 80, \quad y_2 = 81 \Rightarrow \bar{y} = \frac{80 + 81}{2} = 80,5$$

$$\sigma_y^2 = \frac{(80 - 80,5)^2 + (81 - 80,5)^2}{2} = \frac{0,25 + 0,25}{2} = 0,25 \Rightarrow \text{انحراف معیار } \sigma_y = 0,5$$

تفاوت جرم‌ها در هر دو دسته یکسان است، ولی چون میانگین جرم نوزادان عدد کوچکی است، تفاوت جرم نوزادان زیادتر به نظر می‌رسد.

ت

ث

$$cv_x = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{0,5}{2} = 0,25, \quad cv_y = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{0,5}{80,5} = 0,0062$$

۹۹

الف

$$8, 11, 14, 17, 20, 23, 26 \quad Q_3 = 23$$

ب

$$\bar{x} = 17$$

$$\sigma^2 = \frac{81 + 36 + 9 + 0 + 9 + 36 + 81}{7} = \frac{252}{7} = 36$$

$$\sigma = 6 \quad CV = \frac{6}{17}$$

۱۰۰

$$\bar{X} = \frac{1 + 3 + 5 + 7}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-4)^2 + (3-4)^2 + (5-4)^2 + (7-4)^2}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{5} \text{ انحراف معیار}$$

$$C.V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{5}}{4} \text{ ضریب تغییرات}$$

۱۰۱

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \Rightarrow 0 = \frac{\sigma}{x} \Rightarrow \sigma = 0$$

و چون انحراف معیار صفر است، پس همواره داده‌ها برابرند، یعنی:

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n = 5$$

$$5, 5, 4, 7 \rightarrow \bar{x} = \frac{5 + 5 + 4 + 7}{4} = \frac{21}{4}$$

۱۰۲ ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم و داریم:

$$10, 12, 15, 17, 18, 20, 22, 24, 25, 29, 34, 35$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ Q_1=16 & Q_2=21 & Q_3=27 \end{array}$$

$$\rightarrow \bar{X} = \frac{17 + 18 + 20 + 22 + 24 + 25}{6} = \frac{126}{6} \rightarrow \boxed{\bar{X} = 21}$$

$$\text{الف- } \frac{1}{4} \text{ یا } 25\% \text{ داده‌ها از چارک سوم (۳۴) بزرگ‌تر هستند. یعنی: } \frac{1}{4} \times 80 = 20$$

۱۰۳

ب- $\frac{1}{4}$ یا ۲۵٪ داده‌ها از چارک اول (۱۸) کوچک‌تر هستند یعنی: $\frac{1}{4} \times ۸۰ = ۲۰$

پ- $\frac{1}{2}$ یا ۵۰٪ داده‌ها بین چارک اول (۱۸) و چارک سوم هستند یعنی: $\frac{1}{2} \times ۸۰ = ۴۰$

۱۰۴ الف) نادرست

ب) نادرست

پ) نادرست، زیرا انحراف معیار $\left| \frac{1}{c} \right|$ برابر می‌شود.

ت) درست

۱۰۵ داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱۵, ۱۵, ۲۰, ۲۰, ۲۵, ۳۰, ۳۰, ۳۰, $\boxed{۴۵}$, ۴۵, ۴۵, ۴۵, ۶۰, ۶۰, ۶۰, ۶۰, ۶۰, $\boxed{۶۰}$, ۷۵, ۷۵, ۸۰, ۹۰, ۹۰, ۹۰, ۹۰, ۱۰۰, $\boxed{۱۰۰}$,
 Q_1 Q_2 Q_3

۱۱۵, ۱۲۰, ۱۲۰, ۱۲۰, ۱۸۰, ۱۸۰, ۲۰۰, ۲۰۰

تعداد داده‌ها ۳۵ تا است؛ پس میانه داده‌ها، داده وسطی یعنی عدد ۶۰ می‌باشد. بین ۱۷ داده اول نیز ۴۵ چارک اول است. بین ۱۷ داده دوم، عدد ۱۰۰ چارک سوم است.