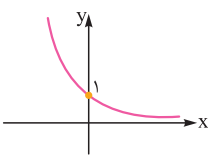
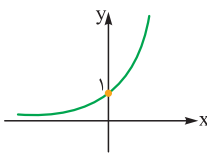



نمایی و لگاریتم

تابع نمایی

تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ با شرط $a > 0$ و $a \neq 1$ تابع نمایی است و براساس مقدار a ، دو حالت دارد:

$0 < a < 1$	$a > 1$	
		نمودار
نزولی اکید	صعودی اکید	یکنوایی
\mathbb{R}		دامنه
\mathbb{R}^+		برد
$y = \log_a x$		ضابطه وارون

سوال ۱: نمودار تابع $f(x) = 3^{ax-2} + b$ از نقاط $(2, 8)$ و $(0, \frac{7}{9})$ می‌گذرد. مقادیر a و b را بدست آورید. 



«تکمیل در کلاس»



سوال ۲: معادلات نمایی زیر را حل کنید.

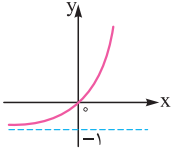
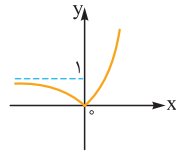
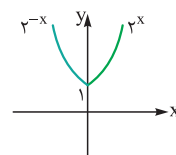
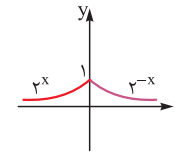


الف) $\left(\frac{1}{16}\right)^{2x-1} = 32^{1-x}$

ب) $4^{3x+2} = \left(\frac{1}{64}\right)^x$

پ) $\left(\frac{1}{32}\right)^{-x+2} = 64^{2x-1}$

نمودار چند تابع نمایی:

$y = 2^x - 1$	$y = 2^x - 1 $	$y = 2^{ x }$	$y = 2^{- x }$
			

سوال ۳: نمودار توابع‌های نمایی زیر را رسم کنید.

الف) $y = 2^x$

ب) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$

پ) $y = (2)^{x-2} + 3$

اگر معادله‌ی نمایی، ساده حل نشد، باید «با تغییر متغیر» یا «با روش هندسی» آن را حل کنید.

نامعادله‌ی نمایی:

$0 < a < 1$	$a > 1$
با حذف پایه‌ها، جهت عوض می‌شود.	با حذف پایه‌ها، جهت عوض نمی‌شود.
$a^B > a^C \Rightarrow B < C$	$a^B > a^C \Rightarrow B > C$

کاربرد توابع نمایی:

$n = \frac{\text{کل زمان}}{\text{طول یک نیمه‌عمر}}$: تعداد نیمه‌عمر	مسائل نیمه‌عمر
اگر به ماده‌ای به طور متوالی در هر مرحله، k درصد اضافه کنیم، آن‌گاه: $A_n = A_0 \left(1 + \frac{k}{100}\right)^n$	مسائل درصد افزایش یا کاهش متوالی
اگر از ماده‌ای به طور متوالی در هر مرحله، k درصد کم کنیم آن‌گاه: $A_n = A_0 \left(1 - \frac{k}{100}\right)^n$	

«تکمیل در کلاس»

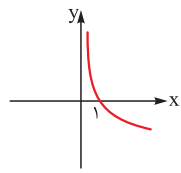
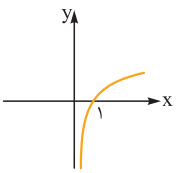


لگاریتم

$$\log_b a = c \Leftrightarrow b^c = a$$

تبدیل نمایی به لگاریتم و بالعکس:

نمودار تابع $y = \log_a x$ با توجه به مقدار a ، دو حالت دارد:

$0 < a < 1$	$a > 1$	
		نمودار
نزولی اکید	صعودی اکید	یکنوایی
\mathbb{R}^+		دامنه
\mathbb{R}		برد
$y = a^x$		ضابطه وارون

$$\log_B A$$

$A > 0$
 $B > 0, B \neq 1$

دامنه عبارت لگاریتمی، سه شرط دارد:

ویژگی های لگاریتم:

$\log_a a = 1$	۱
$\log_a 1 = 0$	۲
$\log_{b^m} a^n = \frac{n}{m} \log_b a$	۳
$\log_c a + \log_c b = \log_c (ab)$	۴
$\log_c a - \log_c b = \log_c \left(\frac{a}{b}\right)$	۵
$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$	۶
$\textcircled{a} \log_b \textcircled{c} = \textcircled{c} \log_b \textcircled{a}$	۷


سوال ۴: اگر $\log 2 = 0/3$ و $\log 3 = 0/5$ باشد. حاصل عددی زیر را بدست آورید؟


الف) $\log 6$

ب) $\log 5$

پ) $\log \sqrt[3]{6}$

ت) $\log 0/75$

در توابع $y = \log_d(ax + b) + c$ ، ریشه عبارت جلوی لگاریتم (یعنی $x = \frac{-b}{a}$)، مجانب قائم (همان خط چین عمودی) تابع است. 

سوال ۵: معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید؟ 

الف) $\log_3 243 = 2x + 1$

ب) $\log_1 2x - \log_1 x - 3 = 1$

پ) $\log_2 x + 1 + \log_2 x + 4 = 2$

ت) $2 \log_7 x - 2 = 3$

سوال ۶: نمودار توابع لگاریتمی زیر را رسم کنید؟

الف) $y = \log_2 x$

ب) $y = \log_{\frac{1}{4}}(x - 3)$

پ) $y = -\log_8(x + 2)$

ت) $y = \log_3 -x + 4$

کاربردهای لگاریتم:

$\log E = 1.1 / 8 + \frac{3}{2} M$ <p>انرژی آزاد شده (برحسب ارگ)</p> <p>قدرت زلزله (برحسب ریشتر)</p>	مسئله زلزله
$\lceil \log A \rceil + 1 =$ تعداد ارقام عدد A	تعداد ارقام

سوال vip در تابع با ضابطه $f(x) = a \cdot b^x$; $b > 0$ داریم $f(0) = \frac{3}{4}$ و $f(-2) = \frac{3}{16}$ ، مقدار $f(\frac{1}{4})$ کدام است؟

سوال vip نمودار دو تابع با ضابطه $f(x) = A(2)^{Bx}$ و خط به معادله $4y = 5x$ در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۴ متقاطع هستند. مقدار $f^{-1}(10)$ کدام است؟

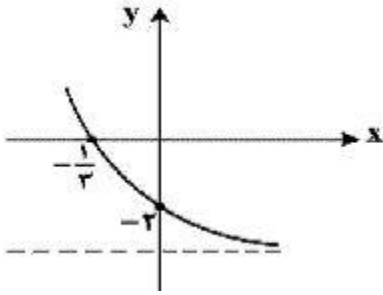
سوال vip تابع $f(x) = a + b(\frac{1}{2})^x$ از مبدا مختصات عبور می‌کند، اگر $f^{-1}(-1) = -1$ باشد، حاصل $a-b$ چقدر است؟

سوال vip: نمودار تابع $y = \log_4(ax + b)$ ، محور X ها را در نقطه‌ی به طول ۱- و نیم‌ساز ناحیه‌ی چهار در نقطه‌ی به عرض ۱- قطع کرده است. b کدام است؟

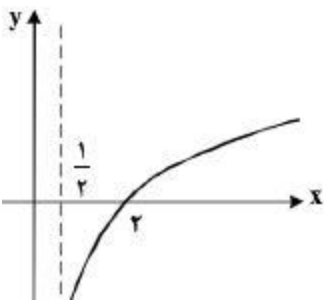
سوال vip: اگر $\log_1 5 = 3k$ باشد، حاصل $\log_1 \sqrt[3]{1/6}$ بر حسب K کدام است؟

سوال vip: اگر $\log_4 3 = 0/8$ باشد، مقدار $\log_{12} 6$ کدام است؟

سوال vip: شکل زیر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = -4 + 2^{ax+b}$ است. $f\left(\frac{-5}{3}\right)$ کدام است؟



سوال vip: شکل زیر نمودار تابع، $y = -1 + \log_b(2x + a)$ است. این منحنی خط $y = 1$ را با کدام طول قطع می‌کند؟



سوال vip: اگر $(\frac{125}{8})^{x^2} = (\frac{1}{4})^{2x-1}$ باشد، حاصل $\log_8 9x + 1$ کدام است؟

سوال vip: از تساوی $\log_x(x^2 + 4) = 1 + \log_x 5$ مقدار لگاریتم x در پایه ۲ کدام است؟

سوال vip: اگر انرژی آزاد شده در یک زلزله برابر با $10^{21} J$ ارگ باشد، بزرگی این زلزله چند ریشتر است؟