

## فصل ۱ دهم: بردار و اندازه گیری

### الفبای اندازه گیری

فیزیک علمی تجربی است و اساس تجربه و آزمایش، اندازه گیری است. برای شناخت مفهوم اندازه گیری باید با کمیت و یکا آشنا شویم.

(۱) کمیت: هر چیزی که بتوانیم آن را با یک عدد اندازه گیری کنیم را کمیت می گویند. مانند: جرم، سرعت و دمای هوا، اما پدیده هایی مانند احساس گرما، سرما، زیبایی به این دلیل که قابل اندازه گیری نیستند کمیت محسوب نمی شوند. (این پدیده ها کیفی هستند).

(۲) یکا: واحد شمارش هر کمیت را که به صورت عددی بیان می شود یکا گویند.



**نکته:** یکا باید به گونه ای باشد که متغیر نباشد و همیشه ثابت بماند. مثلاً وجب کردن با دست یکای مناسبی برای طول نیست چون دست افراد با هم متفاوت است.

کمیت های اصلی: کمیت هایی هستند که یکای مستقل دارند و یکای کمیت های فرعی از روی یکای این کمیت ها به دست می آید. یکاهای این کمیت ها بر اساس SI (سیستم بین المللی) است.

| کمیت اصلی | طول (L) | جرم (m) | زمان (t) | دما (T) | مقدار ماده (M) | جریان الکتریکی (I) | شدت روشنایی (IV) |
|-----------|---------|---------|----------|---------|----------------|--------------------|------------------|
| نام یکا   | متر     | کیلوگرم | ثانیه    | کلوین   | مول            | آمپر               | کندلا (شمع)      |
| نماد یکا  | m       | kg      | s        | k       | mol            | A                  | cd               |

کمیت های فرعی: هر کمیت به جز کمیت های بالا را کمیت فرعی می گویند که یکای آنها از یکای کمیت های اصلی بدست می آید.

| کمیت فرعی | سرعت          | نیرو   | شتاب               | فشار   | انرژی | حجم     | سطح     |
|-----------|---------------|--------|--------------------|--------|-------|---------|---------|
| نام یکا   | متر بر ثانیه  | نیوتون | متر بر مجذور ثانیه | پاسکال | ژول   | مترمکعب | مترمربع |
| نماد یکا  | $\frac{m}{s}$ | N      | $\frac{m}{s^2}$    | Pa     | J     | $m^3$   | $m^2$   |

| سرعت                         | چگالی                              | انرژی          | بزرگی میدان مغناطیسی | فشار            | حجم           | کمیت فرعی           |
|------------------------------|------------------------------------|----------------|----------------------|-----------------|---------------|---------------------|
| Km/h<br>(کیلومتر بر<br>ساعت) | $g/m^3$ (گرم بر<br>سانتی متر مکعب) | Cal<br>(کالری) | G (گاوس)             | Atm<br>(اتمسفر) | L (لیتر)      | واحد غیر SI         |
| $\frac{1}{3/6} m/s$          | $10^3 kg/m^3$                      | $4/2 J$        | $10^{-4} T$          | $10^5 Pa$       | $10^{-3} m^3$ | معادل واحد<br>در SI |

همانطور که می دانیم نیرو از رابطه  $F = ma$  بدست می آید و واحد نیرو نیوتن است:

$$F = ma \rightarrow \rightarrow \rightarrow 1N = 1 \frac{kgm}{s^2}$$

$\downarrow$     $\downarrow$     $\downarrow$   
 N   kg    $\frac{m}{s^2}$

فشار از رابطه  $P = \frac{F}{A}$  بدست می آید و واحد آن پاسکال است. (pa)

$$P = \frac{F}{A} \rightarrow \rightarrow \rightarrow 1pa = 1 \frac{N}{m^2} \rightarrow \rightarrow 1pa = 1 \frac{kg}{ms^2}$$

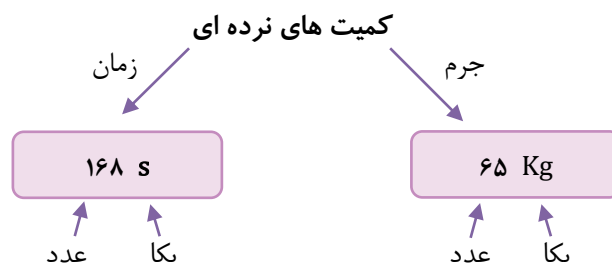
$\downarrow$     $\downarrow$     $\downarrow$   
 Pa    $m^2$    N

همانطور که می دانیم واحد انرژی جنبشی ژول (J) است و از رابطه  $k = \frac{1}{2}mv^2$  بدست می آید .

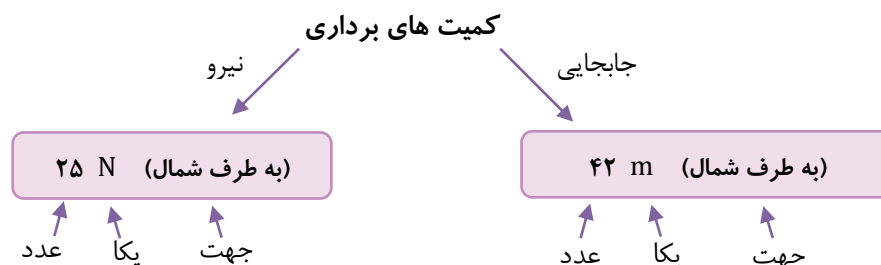
$$k = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \rightarrow \rightarrow 1J = 1kg \frac{m^2}{s^2}$$

$\downarrow$     $\downarrow$     $\downarrow$   
 J   kg    $\left(\frac{m}{s}\right)^2$

کمیت های نرده ای: کمیت هایی هستند که برای بیان آنها نیاز به عدد و یکا داریم. مانند جرم، حجم، زمان، سرعت، فشار، انرژی و....



کمیت‌های برداری: کمیت‌هایی هستند که برای بیان آنها علاوه بر عدد و یکا به جهت نیز نیاز داریم. به طور مثال وقتی متحرکی جابجایی‌اش ۳۰۰ متر است باید از خود بپرسیم در کدام جهت این اتفاق افتاده است. در جهت شرق، غرب، جنوب یا شمال. پس جابجایی یک کمیت جهت‌دار است اما وقتی می‌گوییم جرم یک جسم ۲۰ کیلوگرم است برای بیان آن نیاز به جهت نداریم. مثلاً نمی‌گوییم ۲۰ کیلوگرم در جهت جنوب.



کمیت‌های برداری مانند: جابجایی، سرعت، شتاب، نیرو و....

کمیت‌های برداری را با یک بردار نشان می‌دهیم. برداری که جهت پیکان آن جهت کمیت را نشان می‌دهد و طول آن مقدار کمیت را نشان می‌دهد.

**تمرین ۱** ..... از کمیت‌های اصلی و..... از کمیت‌های فرعی می‌باشند.

- ۱) حجم و جرم - زمان و انرژی
- ۲) جرم و زمان - طول و نیرو
- ۳) طول و جرم - مساحت و نیرو
- ۴) نیرو و دما - سرعت و شدت جریان

**تمرین ۲** چه تعداد از موارد زیر کمیت فرعی و نرده ای هستند ؟

(جرم ، سرعت ، جابه جایی ، فشار ، زمان ، نیرو)

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

## سازگاری یکا ها

در فیزیک معادلاتی داریم که باید در دو طرف معادله سازگاری یکا وجود داشته باشد.

$$\vec{F} = \underset{\text{Kg}}{m} \times \underset{\frac{m}{s^2}}{a} \Rightarrow [N] = [Kg] \left[ \frac{m}{s^2} \right]$$

اگر دو یا چند کمیت هم جنس باشند و یکاهای یکسان داشته باشند می توان آنها را جمع و تفریق کرد و کمیتی هم که بدست می آید یکای مشابهی با کمیت های قبلی دارد.

$$E = K + U \quad \text{برای مثال}$$

هم  $U$  و هم  $K$  یکا مشابهی دارند (ژول : J) و  $E$  هم یکایش ژول است. ولی به طور مثال نمی توانیم شتاب را با جرم جمع کنیم چون یکاهایشان متفاوت است.

همچنین اگر دو کمیت هم جنس باشند اما یکی یکای SI و دیگری یکای غیر SI داشته باشد قابل جمع یا تفریق نیستند. در مثال  $E = K + U$  اگر  $U$  دارای یکا (J) و  $K$  دارای یکا (mJ : میلی ژول) باشد با اینکه هم جنس هستند اما غیر قابل جمع کردن هستند.



نکته: از ضرب یا تقسیم کردن دو کمیت، کمیتی جدید بدست می آید. به طوری که الزامی ندارد کمیت ها همجنس باشند.

به طور مثال:  $\vec{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  که جابجایی از جنس طول است و  $\Delta t$  از جنس زمان است و واحدش ثانیه است.



تمرین ۳ بین تندی متحرکی که در خط راست حرکت می کند (v) و فاصله آن تا مبدأ (x)، رابطه  $v^2 = ax + b$  برقرار است. کدامیک از گزینه های زیر یکاهای  $a$  و  $b$  را به ترتیب از راست به چپ به درستی نمایش می دهد؟

$$\frac{m}{s} \text{ و } \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$\frac{m}{s} \text{ و } \frac{m^2}{s^2} \quad (2)$$

$$\frac{m^2}{s^2} \text{ و } \frac{m}{s^2} \quad (3)$$

$$\frac{m^2}{s^2} \text{ و } \frac{m^2}{s^2} \quad (4)$$



تمرین ۴) در رابطه  $\Delta x = \frac{1}{3}At^3 + \frac{1}{2}Bt^2 + ct$  ، اگر  $c$  ، متر بر ثانیه باشد یکای  $A$  و  $B$  به ترتیب از راست به چپ کدام

است؟

(۱)  $\frac{m}{s^2}, \frac{m}{s}$

(۲)  $\frac{m}{s^2}, \frac{m}{s^3}$

(۳)  $\frac{m^2}{s}, \frac{m^3}{s}$

(۴)  $\frac{m^2}{s^2}, \frac{m^3}{s^3}$



تمرین ۵) معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت  $x = \alpha t^3 + \frac{\beta}{t+3} + 4$  می باشد که در این رابطه  $x$  دارای یکای متر و

$t$  دارای یکای ثانیه است. یکای  $\alpha$  و  $\beta$  در SI به ترتیب از راست به چپ کدامند؟

(۱)  $m \times s$  و  $\frac{m}{s^3}$

(۲)  $\frac{m}{s}$  و  $\frac{m}{s^3}$

(۳)  $m \times s$  و  $m \times s^3$

(۴)  $\frac{m}{s}$  و  $m \times s^3$

## پیشوند ها

پیشوندها: در برخی از اندازه گیری ها در فیزیک با اندازه گیری یا اندازه های بسیار بزرگ تر یا کوچک تر از یکای اصلی آن کمیت روبه رو هستیم در این موارد از پیشوندهایی استفاده می کنیم. هر کدام از این پیشوندها، نماد یک عدد از مرتبه ی ۱۰ (یا همان  $10^n$ ) است که به آن ضریب تبدیل می گوئیم. هر وقت ضریب تبدیل، ابتدای یک واحد قرار بگیرد، اندازه ی واحد را به همان میزان بزرگ یا کوچک می کند.

به طور مثال : می گوئیم فاصله شیراز تا مرودشت ۳۰ km است و نمی گوئیم ۳۰۰۰۰ متر است. در اینجا کیلو یک پیشوند است.

همچنین نمی گوئیم ۰/۰۰۱ m بلکه می گوئیم ۱ mm که میلی (m) یک پیشوند است.

پیشوندهای مورد استفاده :

$$۲۲۲ \text{ cm} = ۲۲۲ \times ۱۰^{-۲} \text{ m}$$

$$۱/۲۵ \text{ mm} = ۱/۲۵ \times ۱۰^{-۳} \text{ m}$$

$$۷/۵ \text{ Ms} = ۷/۵ \times ۱۰^۶ \text{ s}$$

$$۴/۵ \text{ Gg} = ۴/۵ \times ۱۰^۹ \text{ g}$$

$$۰/۳۳ \text{ nm} = ۰/۳۳ \times ۱۰^{-۹} \text{ m}$$

تمرین ۶) ۲/۷cm چند کیلومتر است؟



تمرین ۷) ۹/۸Ms چند نانو ثانیه است؟



نکته: اگر واحد یک کمیت، توان دار باشد توان آن را در تبدیل واحد هم در نظر میگیریم .

تمرین ۸)  $43mm^2$  چند  $\mu m^2$  است؟

تمرین ۹)  $0/33nm^3$  چند  $Gm^3$  است؟

تمرین ۱۰) کدام یک از گزینه های زیر صحیح است ؟

$$5200hA = 0/52MA \quad (1)$$

$$23Km^2 = 23 \times 10^{15} \mu m^2 \quad (2)$$

$$0/027nm^3 = 2/7 \times 10^{-10} \mu m^3 \quad (3)$$

$$5/9ds^2 = 590cs^2 \quad (4)$$

## نمادگذاری علمی

در فیزیک گاهی با اعدادی بسیار بزرگ یا بسیار کوچک سروکار داریم. به طور مثال سرعت نور در خلا  $300000000$  متر بر ثانیه است.

برای کاهش خطا در شمردن این اعداد و ساده خواندن آن از روشی به نماد نمادگذاری علمی استفاده می‌شود. ( $3 \times 10^8$  متر بر ثانیه) این روش می‌گوید: عدد  $X$  به  $X \times 10^k$  تبدیل می‌شود، به طوری که  $1 \leq X < 10$  یک عدد صحیح باشد.

ابتدا رقم سمت چپ را در مرتبه یکان قرار داده و سپس توان مورد نظر را برای رسیدن به عدد قبلی را در نظر می‌گیریم

$$720 \times 10^{-7} \rightarrow 7/2 \times 10^{-5}$$

$$0.00336 \rightarrow 3/36 \times 10^{-3}$$

$$91000000 \rightarrow 9/1 \times 10^7$$

تمرین (۱۱)  $0.0064$  نانو گرم چند میکروگرم است؟ (به صورت نماد علمی مشخص کنید)



تبدیل واحدهای یکاهای کسری

تمرین ۱۲) در عبارت مقابل جواب کدام گزینه است ؟



$$۲۷ \frac{\mu\text{m}}{\text{ns}} = ۲۷ \times \square \frac{\text{Gm}}{\text{ds}}$$

(۱)  $۱۰^{-۶}$

(۲)  $۱۰^{-۷}$

(۳)  $۱۰^{-۵}$

(۴)  $۱۰^{-۸}$



نکته:  $۱ \text{ mL} = ۱ \text{ cm}^3$  ، پس یعنی :

$$1L = 10^{-3} m^3$$

$$1L = 10^3 cm^3 = 1000cc \rightarrow \rightarrow 1cm^3 = 1cc$$

تمرین ۱۳) در عبارت مقابل جواب کدام گزینه است ؟



$$۴۹ \frac{\text{Gg}}{\text{L}} = ۴۹ \times \square \frac{\text{ng}}{\text{Mm}^3}$$

(۱)  $۱۰^{۴۱}$

(۲)  $۱۰^{۴۲}$

(۳)  $۱۰^{۴۰}$

(۴)  $۱۰^{۳۹}$

تمرین ۱۴) کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟



(۱)  $5200 \text{ hA} = 0 / 052 \text{ MA}$

(۲)  $23 \text{ km}^2 = 23 \times 10^{15} \mu\text{m}^2$

(۳)  $4 / 2 \frac{\text{mg}}{\text{L}} = 420 \times 10^{22} \frac{\text{kg}}{\text{Gm}^3}$

(۴)  $0 / 007 \text{ J} = 700 \times 10^5 \frac{\mu\text{g}(\text{mm}^2)}{\text{ds}^2}$

تمرین ۱۵) در عبارت مقابل جواب کدام گزینه است ؟



۲۱  $\frac{\text{Mg. ns}^r}{\text{mL}} = ۲۱ \times \square \frac{\text{ng. ds}^r}{\mu\text{m}^r}$

(۱)  $۱۰^{-۲۱}$

(۲)  $۱۰^{۲۱}$

(۳)  $۱۰^{-۲۳}$

(۴)  $۱۰^{۲۳}$



نکته: در فیزیک، تغییر هر کمیت را نسبت به زمان، معمولاً آهنگ آن کمیت می‌نامیم. ◀

**تمرین ۱۶** گیاه خاصی در مدت ۷ روز به اندازه‌ی  $5/04$  سانتی‌متر رشد می‌کند. آهنگ رشد این گیاه چند  $\frac{\mu m}{s}$  است؟ **?**

۱۲ (۱)

$\frac{1}{12}$  (۲)

$\frac{25}{3}$  (۳)

۴ (۴)

**تمرین ۱۷** استخر پر از آبی به ابعاد  $12 \times 20 \times 6$  متر داریم. می‌خواهیم جهت عملیات بازسازی آب داخل استخر را توسط پمپ آبی به طور کامل تخلیه نماییم. چند روز طول می‌کشد تا پمپ با آهنگ ثابت  $500 \frac{L}{min}$  آب استخر را به بیرون پمپاژ نماید؟ **?**

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

## تبدیل واحد یكاهای غیر SI

در تبدیل واحد این نوع یكاهای غیر SI از روش اول (زنجیره ای) استفاده می کنیم.

۱) برخی یكاهای غیر SI: طول

| ذرع و فرسنگ     | از یكاهای قدیمی ایرانی هستند. هر ذرع 104cm و هر فرسنگ ۶۰۰۰ ذرع است.           |
|-----------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| يكای نجومی (AU) | میانگین فاصله زمین تا خورشید ( $1AU \approx 1/5 \times 10^{11}m$ ) است.       |
| سال نوری (ly)   | مسافتی که نور در مدت یک سال طی می کند.                                        |
| فوت (پا) (ft)   | هر فوت ۱۲ اینچ است .                                                          |
| اینچ (In)       | هر اینچ ۲/۵۴cm است.                                                           |
| مایل (mi)       | یک مایل در خشکی و دریا تفاوت دارد. یک مایل در خشکی ۱۶۰۹m و در دریا ۱۸۵۲m است. |

۲) برخی یكاهای غیر SI: جرم

يكاهای قدیمی ایرانی:

|                                                                      |              |
|----------------------------------------------------------------------|--------------|
| ۱ خروار                                                              | ۱۰۰ من تبریز |
| ۱ من تبریز: ۴۰ سیر                                                   | ۶۴۰ مثقال    |
| ۱ مثقال = ۲۴ نخود = ۹۶ گندم = ۴/۶۸ g                                 | قیراط        |
| هر قیراط ۲۰۰mg است. یکای جرم که در مورد الماس و جواهرات کاربرد دارد. |              |

تمرین ۱۸) تندی ۲۱۶ کیلومتر بر ساعت ، معادل چند مایل بر دقیقه است ؟ (یک مایل را ۱۸۰۰ متر فرض کنید).

۲ (۱)

۲/۵ (۲)

۳ (۳)

۳/۶ (۴)

**تمرین ۱۹** فاصله دو شهر A و B از یکدیگر برابر ۳۱۲ کیلومتر است. این فاصله برحسب به ذرع و فرسنگ به شیوه نمادگذاری علمی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (هر ذرع ۱۰۴cm و هر فرسنگ ۶۰۰۰ ذرع است)

(۱)  $3 \times 10^5$  و  $5 \times 10^2$

(۲)  $3 \times 10^4$  و  $5 \times 10^0$

(۳)  $3 \times 10^5$  و  $5 \times 10^1$

(۴)  $3 \times 10^4$  و  $5 \times 10^1$

**تمرین ۲۰** الماس سانسسی در زمان مغول‌ها در معدنی در کشور هند کشف شد. جرم این الماس تقریباً ۴۸/۶ قیراط است. جرم این الماس چند مثقال است؟ (هر مثقال ۴/۸۶ گرم و هر قیراط ۲۰۰ گرم است.) (مکمل و مشابه مسئله ۹ کتاب درسی)

(۱) ۹۷۲۰

(۲) ۲۰۰۰

(۳) ۱۰۰۰

(۴) ۴۸۶۰

## دقت در اندازه گیری

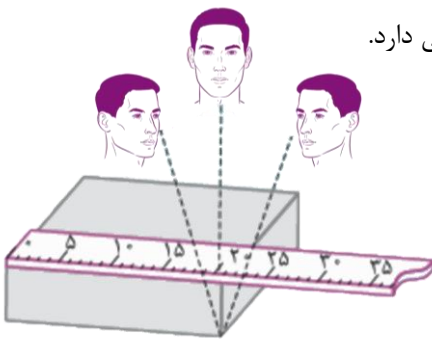
فیزیک علم اندازه گیری است اما هیچ اندازه گیری قطعی و بدون خطا نیست.

برای دقیق تر شدن اندازه گیری و کاهش خطا عوامل زیر دخیل اند:

- (۱) مهارت شخصی که اندازه گیری می کند.
- (۲) تعداد دفعاتی که اندازه گیری تکرار میشود .
- (۳) دقت وسیله ای که توسط آن اندازه گیری میکنیم.

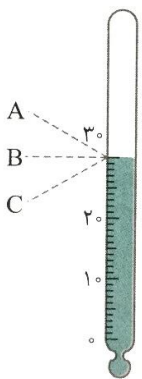
۱. هر مقدار که شخص ماهرتر باشد می تواند اندازه گیری دقیق تری انجام دهد. در ابزار مدرج هر مقدار شخص دید عمود تری داشته باشد دقیق تر خواهد بود.

خطای مشاهده، ناشی از اختلاف منظر، در خواندن و گزارش نتیجه اندازه گیری تاثیر مهمی دارد.



**تمرین (۲۱) ؟** شکل روبرو مربوط به کدام عامل برای افزایش دقت می باشد و با نگاه کردن شخص A عدد گزارش شده کدام گزینه

است؟



(۱) مهارت شخص آزمایشگر -  $29^{\circ}C$

(۲) مهارت شخص آزمایشگر -  $31^{\circ}C$

(۳) تعداد دفعات اندازه گیری -  $29^{\circ}C$

(۴) تعداد دفعات اندازه گیری -  $31^{\circ}C$

۲. به منظور کاهش خطا تعداد و کمیت اندازه گیری را بالا می بریم و میانگین اندازه گیری ها را به عنوان اندازه دقیق تر می پذیریم. اگر در داده های اندازه گیری شده داده پرت وجود داشت (داده ای که یا بسیار بزرگ و یا بسیار کوچک باشد) آن را حذف می کنیم.



**تمرین ۲۲** با هدف کاهش خطا در اندازه گیری جرم دانش آموز جرم یک جسم را ۸ بار توسط یک ترازوی دیجیتال (رقمی) با دقت ۰/۱ گرم اندازه گرفته است و نتایج را در جدول زیر ثبت نموده است. جرم این جسم چند گرم است؟

| شماره آزمایش        | ۱   | ۲     | ۳     | ۴     | ۵     | ۶     | ۷     | ۸     |
|---------------------|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| جرم اندازه گیری شده | ۱۹g | ۱۸/۴g | ۲۳/۶g | ۱۸/۶g | ۱۸/۸g | ۱۸/۶g | ۱۲/۲g | ۱۸/۸g |

۱۷/۸(۱)

۱۹/۴(۲)

۱۸/۷(۳)

۱۸/۵(۴)

«کلاس درس»



## دقت و خطا در وسایل اندازه گیری

دقت در وسایل اندازه گیری مدرج:

در ابزارهایی مانند خط کش، دماسنج جیوه ای، کولیس که با چشم باید عدد مورد نظر را بخوانیم دقت وسیله برابر است با کوچکترین مقداری که می تواند اندازه بگیرد. خط کش که بر حسب سانتی متر درجه بندی شده است دقتی برابر با 1cm دارد.

خطا و دقت وسایل اندازه گیری :



۱) وسایل دیجیتال: در اطراف ما وسایل دیجیتال زیادی موجود است، مانند دماسنج شکل رو به رو که دما را  $37/7^{\circ}\text{C}$  نشان می دهد.

برای تمامی وسایل دیجیتال دقت برابر با یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می خواند. در واقع کافی است که به جای آخرین رقم سمت راست عدد یک را جایگزاری کنیم و به جای بقیه اعداد، عدد صفر بگذاریم و اعشار را هم در جای خود در نظر بگیریم، پس دقت دماسنج بالا  $0/1^{\circ}\text{C}$  است.

**تمرین ۲۳** آمپر سنج دیجیتالی شدت جریان را که از یک مدار می گذرد،  $2/0004$  میلی آمپر نشان می دهد، دقت این اندازه گیری چند میکرو آمپر است؟ (ریاضی ۹۶)

۰/۴ (۱)

۱ (۲)

۱۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

اگر در سوالی گفته شود کدام گزینه دقیق تر است، باید گزینه ای را انتخاب کنیم که عدد دقت کوچکتر است.

**تمرین ۲۴** در گزارش های زیر کدام مورد دقیق تر است؟

۴/۶۳km (۱)

$4/630 \times 10^6 \text{mm}$  (۲)

۴۶۳۰۰۰۰mm (۳)

$4/6300 \times 10^3 \text{mm}$  (۴)

## چگالی ( جرم حجمی )

همانطور که می توان آزمایش کرد اگر دو گوی فولادی و پلاستیکی که جرم های برابری دارند را به درون آب بیندازیم گوی فولادی به درون آب فرو می رود اما گوی پلاستیکی روی آب شناور می شود. همینطور اگر دو گوی فولادی و پلاستیکی که حجم برابری دارند را به درون آب بیندازیم باز هم گوی فولادی به درون آب فرو می رود و پلاستیکی همچنان شناور خواهد بود. پس نه جرم و نه حجم به تنهایی عامل فرو رفتن و یا فرو نرفتن یک جسم به درون آب نیست. دلیل فرو رفتن گوی فولادی این است که نسبت جرم به حجم آن  $(\frac{m}{V})$  از نسبت جرم به حجم آب  $(\frac{m}{V})$  بیشتر است و دلیل فرو نرفتن گوی پلاستیکی این است که نسبت جرم به حجم آن از نسبت جرم به حجم آب کمتر است.

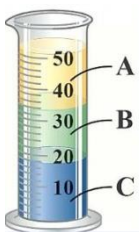
به این نسبت جرم به حجم چگالی می گوئیم و آن را با علامت  $(\rho)$  نشان می دهیم.

$$\rho = \frac{m}{V} : \frac{kg}{m^3}$$



**نکته:** به جرم موجود در واحد حجم هر جسم چگالی گفته می شود. (وقتی گفت می شود چگالی جسمی  $\rho = 3/5 \frac{gr}{cm^3}$  است یعنی در هر یک سانتی متر مکعب از حجم این جسم مقدار  $3/5$  گرم ماده وجود دارد).

**نکته:** چگالی یک جسم تو پر بستگی به جرم و حجم آن ندارد و فقط بستگی به جنس آن جسم دارد. در واقع هر جسم چگالی خاص خودش را دارد. البته چگالی به دما هم بستگی دارد و با تغییر دما تغییر کوچکی می کند. ( پس اگر دما ثابت باشد به طور مثال چگالی یک گرم طلا با چگالی هزار کیلوگرم طلا در دمای معینی برابر است چون هر مقدار جرم تغییر کند به همان میزان حجم تغییر می کند).



اگر چند مایع مخلوط نشدنی را داخل یک ظرف قرار دهیم ، مایعی که چگالی بیشتری دارد پایین تر قرار می گیرد .  
 $\rho_C > \rho_B > \rho_A$

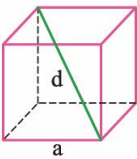
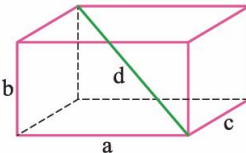
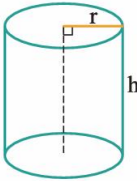
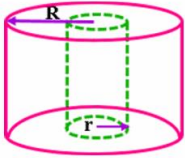
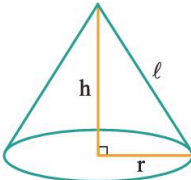
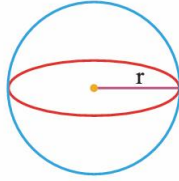
یکاهای غیر SI چگالی : همانطور که دیدیم یکای چگالی در SI ،  $\frac{kg}{m^3}$  است. اما چگالی واحدهای دیگری دارد که غیر SI هستند.

|                                                          |                                                                  |
|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| $\rho = 1 \frac{g}{L} = 1 \frac{kg}{m^3}$                | $\rho = 1 \frac{g}{cm^3} = 1000 \frac{kg}{m^3}$                  |
| $1 \frac{g}{L} = 1 \frac{kg}{m^3}$                       | $1 \frac{g}{cm^3} \xrightarrow{\times 1000} 1000 \frac{kg}{m^3}$ |
| $\rho_{جیوه} = 13600 \frac{kg}{m^3} = 13600 \frac{g}{L}$ | $\rho_{جیوه} = 13600 \frac{kg}{m^3} = 13.6 \frac{g}{cm^3}$       |
| $\rho_{روغن} = 800 \frac{kg}{m^3} = 800 \frac{g}{L}$     | $\rho_{روغن} = 800 \frac{kg}{m^3} = 0.8 \frac{g}{cm^3}$          |
| $\rho_{آب} = 1000 \frac{kg}{m^3} = 1000 \frac{g}{L}$     | $\rho_{آب} = 1000 \frac{kg}{m^3} = 1 \frac{g}{cm^3}$             |

**تمرین ۲۵** جرم  $50cm^3$  از محلول یک اسید  $60g$  است. جرم حجمی این محلول برحسب  $g/L$  و  $kg/m^3$  ، از راست به چپ کدام است؟

- (۱)  $0.12$  ،  $1/2$
- (۲)  $12$  ،  $12$
- (۳)  $120$  ،  $1/2$
- (۴)  $1200$  ،  $1200$

حجم اجسام مختلف

| حجم                     | شکل                                                                                 |                 |
|-------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| $a^3$                   |    | ۱ مکعب          |
| $abc$                   |    | ۲ مکعب مستطیل   |
| $\pi r^2 h$             |    | ۳ استوانه       |
| $\pi (R^2 - r^2) h$     |   | ۴ استوانه       |
| $\frac{1}{3} \pi r^2 h$ |  | ۵ مخروط تو خالی |
| $\frac{4}{3} \pi r^3$   |  | ۶ کره           |

**تمرین ۲۶** شعاع و جرم نوترون در SI به ترتیب  $1.67 \times 10^{-27}$  و  $1.67 \times 10^{-27}$  است. چگالی آن چند گرم بر سانتی متر مکعب است؟ ( $\pi = 3$ ) (کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۴)

(۱)  $2.87 \times 10^{10}$

(۲)  $7.17 \times 10^{11}$

(۳)  $2.87 \times 10^{12}$

(۴)  $7.17 \times 10^{14}$

**تمرین ۲۷** یک پوسته کروی به شعاع داخلی  $a$  و شعاع خارجی  $b=2a$  از ماده ای با چگالی  $\rho = \frac{30}{\pi} \frac{g}{cm^3}$  ساخته شده است. اگر جرم این پوسته  $m = 4 \times 10^{-2} kg$  باشد،  $a$  چند سانتی متر است؟ (کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۴)

(۱)  $2/0$

(۲)  $1/8$

(۳)  $1/2$

(۴)  $1/0$

**تمرین ۲۸** در یک روز بارانی،  $40$  میلی متر باران روی سطحی به مساحت  $2500$  کیلومتر مربع بارید، جرم این مقدار باران چند کیلوگرم است؟ ( $10^3 kg / m^3 =$  چگالی آب باران) (کنکور سراسری تجربی)

(۱)  $10^8$

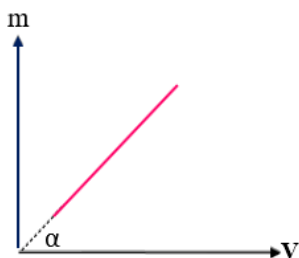
(۲)  $10^9$

(۳)  $10^{10}$

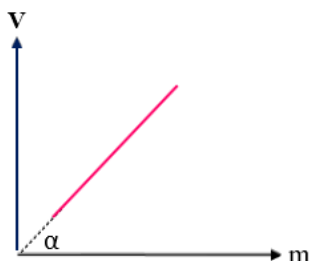
(۴)  $10^{11}$



**نکته:** طبق رابطه  $\rho = \frac{m}{V}$  می توان نمودارهای زیر را به دست آورد.

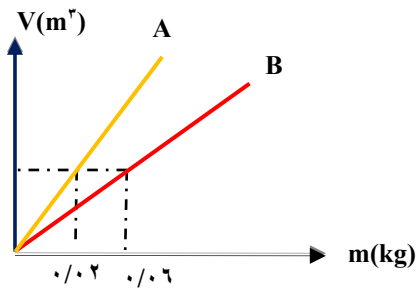


$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = \rho V + 0 \Rightarrow \begin{cases} y = ax + b \\ \tan \alpha = \rho \end{cases}$$



$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow \begin{cases} y = ax + b \\ \tan \alpha = \frac{1}{\rho} \\ V = \frac{1}{\rho} m + 0 \end{cases}$$

تمرین ۲۹) با توجه به نمودارهای روبرو کدام گزینه درست است؟

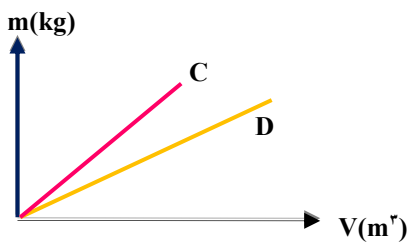


(۱)  $\rho_C > \rho_D, \rho_B = 3\rho_A$

(۲)  $\rho_D > \rho_C, \rho_A = 3\rho_B$

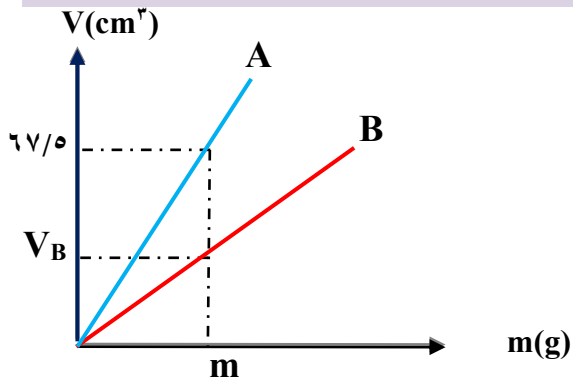
(۳)  $\rho_C > \rho_D, \rho_A = 2\rho_B$

(۴)  $\rho_D > \rho_C, \rho_B = 2\rho_A$



تمرین ۳۰) شکل روبرو نمودار حجم بر حسب جرم دو جسم A و B را نشان می دهد اگر  $\rho_A = 2/7 \frac{g}{cm^3}$  و

$\rho_B = 8/1 \frac{g}{cm^3}$  باشد.  $V_B$  چند دسی متر مکعب است؟



(۱)  $2/0.25 \times 10^{-1}$

(۲)  $21/9 \times 10^{-3}$

(۳)  $2/25 \times 10^{-2}$

(۴)  $22/5$

### نسبت چگالی دو ماده

رابطه زیر میان چگالی دو ماده وجود دارد:

$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{v_1}{v_2}$$

این رابطه چون به صورت نسبیتی است پس نیاز نیست یکاهای SI را جایگزین کنیم. فقط کافی است که برای هر دو جرم یکاهای یکسان و برای هر دو حجم نیز یکای یکسان در نظر بگیریم. به طور مثال هر دو جرم را گرم و یا هر دو را کیلوگرم بگیریم.

**تمرین ۳۱** شعاع کره توپر A، ۲۵ درصد کمتر از شعاع کره توپر B است. اگر جرم کره A نصف جرم کره B باشد، چگالی کره A تقریباً چند درصد بیشتر از چگالی کره B است؟ (کنکور سراسری ریاضی ۱۴۰۳)

(۱) ۱۲/۵

(۲) ۱۸/۵

(۳) ۳۴

(۴) ۳۶

**تمرین ۳۲** دو استوانه همگن A و B دارای جرم و ارتفاع مساوی اند. استوانه A توپر و استوانه B توخالی است. اگر شعاع خارجی این دو استوانه با هم برابر و شعاع داخلی استوانه B نصف شعاع خارجی آن باشد، چگالی استوانه A چند برابر چگالی استوانه B است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{1}{4}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

**تمرین ۳۳** ارتفاع یک مخروط توپر به چگالی  $\rho_1$  برابر طول ضلع یک مکعب توپر به چگالی  $\rho_2$  است و شعاع قاعده آن، نصف

طول ضلع مکعب است. اگر جرم این دو برابر باشد،  $\frac{\rho_1}{\rho_2}$  کدام است؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱)  $\frac{3}{2}$   
(۲)  $\frac{1}{4}$   
(۳) ۴  
(۴) ۲



**نکته:** اگر یک جسم را به درون یک مایع بیاندازیم حجم مایع به اندازه حجم جسم بالا می‌آید و چنانچه مایع درون ظرف لبریز باشد حجم مایع به اندازه حجم جسم بیرون می‌ریزد. از این خاصیت برای اندازه گیری حجم اجسام که شکل مشخصی ندارند استفاده می‌شود به این صورت که جسم را درون یک استوانه مدرج می‌اندازند و حجم مایع به اندازه حجم جسم بالا می‌آید.

$$V_{\text{جسم}} = V_{\text{مایع جابجا شده}}$$

**دسته اول: ظرف پر نیست و مایع بالا می‌آید.**

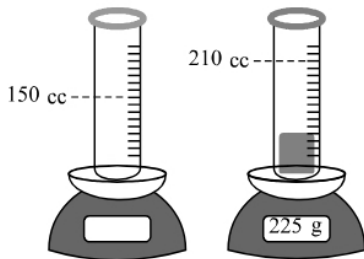
**تمرین ۳۴** یک قطعه فلز ۹۰ گرمی را درون آب در داخل استوانه‌ای می‌اندازیم. قطعه‌ی فلز کاملاً در آب فرو می‌رود و سطح

آب درون استوانه به اندازه‌ی ۱/۲ cm بالا می‌آید. اگر سطح مقطع داخلی استوانه  $10 \text{ cm}^2$  باشد، چگالی فلز چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (کنکور سراسری ریاضی)

- (۱) ۵/۵  
(۲) ۶  
(۳) ۷/۵  
(۴) ۸



**تمرین ۳۵** استوانه مدرجی به جرم ناچیز روی یک ترازو قرار دارد و داخل آن ۱۵۰ cc آب ریخته ایم. جسمی را مطابق شکل داخل آب می اندازیم. جسم به طور کامل در آب فرو می رود و در این حالت، ترازو ۲۲۵g را نشان می دهد. چگالی جسم چند  $\frac{g}{cm^3}$  است؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$ )



(۱) ۰/۸

(۲) ۱۲/۵

(۳) ۱/۲۵

(۴) ۸

**دسته دوم :** سوالاتی که ظرف لبریز است و مایع بیرون میریزد.



**تمرین ۳۶** جرم یک گلوله آهن ۳۹۰۰ گرم و چگالی آن  $7800 \frac{kg}{m^3}$  است. اگر گلوله ی آهنی را به آرامی در ظرف پر از الکل فرو ببریم و چگالی الکل ۸۰۰ گرم بر لیتر باشد، چند گرم الکل از ظرف خارج میشود؟ (کنکور سراسری ریاضی)

(۱) ۴۰۰

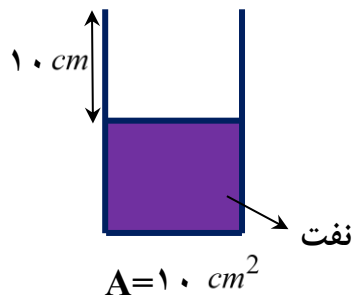
(۲) ۳۹۰

(۳) ۵۰۰

(۴) ۴۰۰۰

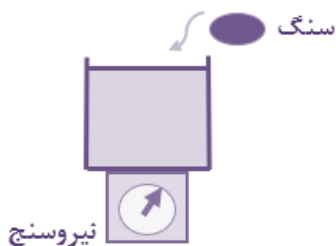
دسته سوم : ظرف خاله است ولی مایع ها علاوه بر بالا آمدن ، بیرون نیز می ریزد .

**تمرین ۳۷** ? قطعه فلزی به جرم  $1050g$  را درون ظرف استوانه‌ای شکل مقابل می‌اندازیم. جسم کاملاً در نفت فرو رفته و  $40g$  نفت از ظرف بیرون می‌ریزد. چگالی فلز چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ ( $\rho_{\text{نفت}} = 0.8 \frac{g}{cm^3}$ )



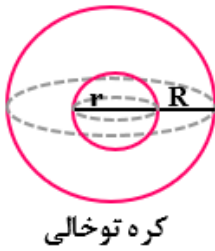
- (۱) ۲۱
- (۲) ۷
- (۳) ۷/۵
- (۴) ۱۰/۵

**تمرین ۳۸** ? مطابق شکل یک قطعه سنگ توپر با حجم  $200 cm^3$  را درون ظرف پر از آب قرار می‌دهیم. در این صورت عددی که نیروسنج نشان میدهد ..... ( $g = 10 \frac{N}{kg}$ ,  $\rho_{\text{سنگ}} = 3000 \frac{kg}{m^3}$ ,  $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{kg}{m^3}$ )



- (۱) تغییری نمیکند
- (۲) ۲ نیوتن افزایش می‌یابد
- (۳) ۴ نیوتن افزایش می‌یابد
- (۴) ۶ نیوتن افزایش می‌یابد

وجود حفره در اجسام



$$v = \frac{4}{3} \pi (R^3 - r^3)$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}}$$

**تمرین ۳۹** مکعب فلزی به ضلع ۲۰ سانتی متر از فلزی به چگالی  $5 \frac{g}{cm^3}$  ساخته شده است. ترازو جرم این مکعب را ۳۰

کیلوگرم نشان می دهد. در این صورت می توان گفت:

- (۱) مکعب توپر است
- (۲) حفره ای به حجم  $10 cm^3$  دارد.
- (۳) حفره ای به حجم  $2000 cm^3$  دارد
- (۴) ۵۰٪ جسم را حفره تشکیل داده است

**تمرین ۴۰** شعاع یک کره فلزی ۵ سانتی متر و جرم آن ۱۰۸۰ گرم و چگالی آن  $2/7 \frac{g}{cm^3}$  است. درون این کره یک حفره

وجود دارد. حجم این حفره چند درصد حجم کره را تشکیل می دهد؟ (ریاضی خارج ۹۴)

- (۱) ۱۰
- (۲) ۱۵
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۵



**نکته:** وقتی جسمی که حفره دارد را به درون یک مایع وارد می کنیم آن مایع به اندازه حجم ظاهری جسم بالا می آید (و یا بیرون میریزد)، به شرط اینکه حفره به بیرون راهی نداشته باشد.



**تمرین (۴۱)** مجسمه ای فلزی به چگالی  $2/7 \frac{g}{cm^3}$  و جرم  $1080$  گرم ساخته شده است. آن را وارد روغن میکنیم و  $480$  گرم روغن بیرون حجم حفره مجسمه چند لیتر است؟  $\rho_{\text{روغن}} = 0/8 \frac{gr}{cm^3}$

(۱)  $0/1$

(۲)  $0/2$

(۳)  $0/3$

(۴)  $0/4$



**تمرین (۴۲)** در ظرفی به حجم یک لیتر که  $75\%$  درصد آن از آب پر شده، جسمی فلزی به جرم  $6\text{ kg}$  که چگالی آن  $8 \frac{g}{cm^3}$  است، می اندازیم و مشاهده می کنیم  $750\text{ cm}^3$  آب از ظرف بیرون می ریزد، در این صورت می توان گفت که این جسم ..... .

(۱) توپر است و حجم آن  $1000\text{ cm}^3$  است.

(۲) حفره ی خالی دارد و حجم حفره  $250\text{ cm}^3$  است.

(۳) توپر است و حجم آن  $750\text{ cm}^3$  است.

(۴) حفره ی خالی دارد و حجم حفره  $750\text{ cm}^3$  است.

## چگالی آب و یخ

اگر لیوانی را پر از آب کنیم و در یخچال قرار دهیم ، پس از یخ زدن مشاهده می کنیم که مقداری از یخ از لیوان بیرون زده است . دلیل این موضوع این است که چگالی یخ کمتر از آب است ، در نتیجه طبق رابطه زیر چون جرم آب و یخ برابر است حجم یخ بیشتر می شود .

$$\text{ثابت } m \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \quad \downarrow \rho \quad \uparrow V$$

**تمرین ۴۳** یک ظرف حاوی ۴ لیتر آب در اختیار داریم . اگر قطعه یخی به شکل مکعب به بعد ۱۰ سانتی متر را داخل آب قرار دهیم و بعد مدتی تمام یخ تبدیل به آب شود . در نهایت حجم آب چند برابر حالت اول خواهد شد ؟

$$(\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3})$$

$$1/225(1)$$

$$1/5(2)$$

$$1/205(3)$$

$$1/25(4)$$

**تمرین ۴۴** در مخلوطی از آب و یخ، مقداری یخ ذوب می شود و حجم مخلوط  $5 \text{ cm}^3$  کاهش می یابد. جرم یخ ذوب شده چند گرم است؟  $(\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3})$

$$4/5(1)$$

$$5(2)$$

$$45(3)$$

$$50(4)$$